UDC 007.52：681.325.6

入力付加による故障検査容易な順序機械

正員 藤原 秀雄† 正員 樹下 行三†

On the Easily Testable Sequential Machines with Extra Inputs

Hideo FUJIWARA† *and* Kozo KINOSHITA† *Regular Members*

あらまし 本論文では，故障検査容易な順序機械として次の性質を満足する順序機械を考察する．(1)長さ $\lceil \log_2 n \rceil$ のDistinguishing Sequenceであり，且つSynchronizing Sequenceでもある入力系列が存在する．(2)任意の状態から任意の状態へ長さ $\lceil \log_2 n \rceil$ 以下の入力系列で遷移させることができる．新しく2入力記号を付加することにより任意の順序機械をこの故障検査容易な順序機械に拡大する方法を示し，その故障検査系列の構成法を考察する．ここで述べる方法は操作が簡単で組織的に行うことができ，系列長が $mn\lceil \log_2 n \rceil$ のオーダの短いpresetな検査系列を求めることができる．ここで m は入力記号数，n は状態数である．

1. まえがき

順序機械の故障検査の問題を順序機械の識別問題の応用として取扱う方法[1]~[7]がある．その中で状態遷移を検査する方法（Transition Checking Approach）が文献(2)で最初に提案され，その後改良が加えられている[3]~[7]．文献(7)で著者らは不完全記述順序機械について考察し完全記述形より短い検査系列を構成することができることを示した．これらの方法において，一般にDistinguishing Sequence（DS）を持つ順序機械に対しては比較的短い検査系列を構成することができることが示されており，新しく入力や出力を付加してDSを持つ順序機械に拡大する方法が提案されている[8]~[14]．しかし，これらの方法で拡大された m 入力 n 状態順序機械に対しては，系列長が mn^2 のオーダの検査系列が構成され，状態数 n が大きな順序機械になると，以上の方法では非常に長い検査系列となり実用的でなくなる．文献(16)，(17)で著者らは最小個の出力端子付加により出力可観測順序機械に拡大する方法を提案し，出力可観測順序機械に対してはすべての状態遷移を通る入力系列が検査系列であることから最短長に近い検査系列を構成できることを示した．この方法では最短長に近い検査系列を容易に構成できるという利点はあるが，一般に付加すべき出力端子数は複数であるという欠点がある．

本論文では，2入力記号付加（従って，高々1本の入力端子付加）により故障検査容易な順序機械に拡大する方法を考察する．故障検査容易な順序機械としては，(1)長さ $\lceil \log_2 n \rceil$ のDSであり且つSS（Synchronizing Sequence）でもある入力系列を持ち，(2)任意の状態から任意の状態へ長さ $\lceil \log_2 n \rceil$ 以下の入力系列で遷移させることができるような順序機械を考える．新しく2個の入力記号を付加することにより任意の順序機械をこの故障検査容易な順序機械に拡大する方法を示し，その故障検査系列の構成法を考察する．更に，制限した故障に対する検査系列の構成法についても考察する．ここで述べる方法はすべて操作が簡単で組織的に行うことができ，系列長が $mn\lceil \log_2 n \rceil$ のオーダの短いpreset な検査系列を求めることができる．これは従来の方法で求まる検査系列の長さのオーダ mn^2 に比較すると短くなっている．

2. 諸定義

本論文で対象とする順序機械はMealy形で，$M=$

† 大阪大学工学部電子工学科，吹田市
Faculty of Engineering, Osaka University, Suita-shi, 565 Japan
論文番号：昭 49-443[D-95]

$(S, I, 0, \delta, \lambda)$で表す．ここで$S=\{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$は状態集合，$I=\{I_1, I_2, \cdots, I_m\}$は入力集合，$0=\{0_1, 0_2, \cdots, 0_l\}$は出力集合で，$\delta: S\times I\rightarrow S$は状態遷移関数，$\lambda: S\times I\rightarrow 0$は出力関数である．対象とする順序機械は，既約，強連結，完全記述形である必要はない．

［定義1］ 初期状態が何であってもその入力系列を加えることにより，その順序機械をある特定の状態へ遷移させることができる入力系列をSynchronizing Sequence (SS)という．

［定義2］ 順序機械にその入力系列を加えたとき，その出力応答を観測することによって最終状態を一意的に決定できる入力系列をHoming Sequence (HS)という．

既約な完全記述順序機械に対しては常にHSが存在する[1]が，ここで対象とする順序機械は既約で完全記述形であるとは限らないのでHSがない場合が存在する．

［定義3］ 順序機械にその入力系列を加えたとき，その出力応答を観測することにより初期状態を一意的に決定できる入力系列をDistinguishing Sequence (DS)という．

故障検査を行う場合，検査入力系列の加え方に次に示す二とおりが考えられる．まず，ある入力系列を加えたときに得られる出力応答によって次に加えるべき入力系列が決定されるような場合である．このときの検査系列をadaptive な検査系列という．もう一つは，順序機械の初期状態や出力応答に関係なく，あらかじめ決められた入力系列を加える方法である．このときの検査系列をpreset な検査系列という．明らかに,preset な検査系列の方がadaptive なものより容易に被検査機械に検査系列を加えることができる．

故障検査容易な順序機械とは，短いpreset な検査系列を簡単な操作で求めることができるような順序機械であると考えることができる．このためには，短いDS，短いSS，短い遷移系列が存在することが必要である．従って，これらの性質を持つ順序機械として次に故障検査容易な順序機械を定義する．

［定義4］ "故障検査容易な"順序機械とは次の性質を満足する順序機械をいう．

(1) 長さ$\lceil \log_2 n \rceil$のDSであり且つSSでもある入力系列が存在する．

(2) 任意の状態から任意の状態へ長さ$\lceil \log_2 n \rceil$以下の入力系列で遷移させることができる．

但し，nは状態数，$\lceil x \rceil$はxより小さくない最小整数を表す．

この定義から明らかなように"故障検査容易な"順序機械は性質(1)より既約であり，性質(2)より強連結であることがわかる．

例1．"故障検査容易な"順序機械として図1に示す2値p段シフトレジスタを考えてみる．$Y_1, Y_2, \cdots, Y_p$を状態変数，Xを入力変数，Zを出力変数とする．2値p段シフトレジスタに対しては状態割当$Y_1 Y_2 \cdots Y_p$は次式を満足する．

$$Y_i(t+1)=Y_{i-1}(t) \quad (i=2, 3, \cdots, p)$$
$$Y_1(t+1)=X(t)$$
$$Z(t)=Y_p(t)$$

ここで，$Y_1(t), Y_2(t), \cdots, Y_p(t), X(t), Z(t)$は各々$Y_1, Y_2, \cdots, Y_p, X, Z$の時刻$t$での値を示す．上式から明らかなように，長さ$p$の任意の入力系列はDSであると同時にSSでもある．状態割当$Y_1 Y_2 \cdots Y_p$に対応する状態S_iへ遷移させる入力系列は$Y_p Y_{p-1} \cdots Y_1$である．従って，2値p段シフトレジスタは"故障検査容易な"順序機械である．

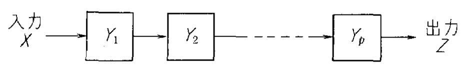

図1 2値p段シフトレジスタ
Fig.1-The p-stage binary shift register.

3. 順序機械の拡大

ここでは，任意に与えられた順序機械に2個の入力記号を付加することにより"故障検査容易な"順序機械に拡大する方法について考察する．

次の章で故障検査系列の構成について考察するが，そこでは故障により状態数が増加しないという仮定をおいている．2値論理の素子で構成される順序機械に対しては，状態数nが2のべき乗である場合，状態数が増加するという故障が起こる確率は非常に小さいと考えることができる．従って，次章での故障の仮定を現実的なものとするために，ここでは，状態数が2のべき乗になるように拡大する．

与えられた順序機械を$M=(S, I, 0, \delta, \lambda)$，$S=\{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$，$I=\{I_1, I_2, \cdots, I_m\}$，$0=\{0_1, 0_2, \cdots, 0_l\}$とする．順序機械$M$に2個の入力記号$\varepsilon_0$，$\varepsilon_1$を付加することにより"故障検査容易な"順序機械$M^*$に拡大するアルゴリズムを次に示す（図2参照）．

［拡大アルゴリズム］

(1) Mの状態数nが2のべき乗でない場合，新しく状態S_{n+1}，S_{n+2}，…，$S_{n'}$をMに加える．但し，$n'=2^p$，$p=\lceil \log_2 n \rceil$である．

(2) 各状態にp桁の2進数を一対一に割り当てる．

(3) 2個の新たな入力記号ε_0，ε_1をMに付加する．

ε_0，ε_1に対する遷移関数及び出力関数を次のように定義する．

状態割当$Y_1 Y_2 \cdots Y_p$に対応する状態S_iに対して，

$\delta(S_i, \varepsilon_0)=S_j$，$\delta(S_i, \varepsilon_1)=S_k$

$\lambda(S_i, \varepsilon_0)=\lambda(S_i, \varepsilon_1)=0_1$　　$Y_p=0$のとき

$=0_2$　　$Y_p=1$のとき

ここで，S_j，S_kは各々状態割当$0Y_1 Y_2 \cdots Y_{p-1}$，$1Y_1 Y_2 \cdots Y_{p-1}$に対応する．　　（アルゴリズム終）

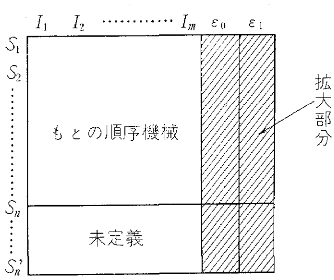

図2　拡大順序機械の状態遷移表
Fig.2-State table of augmented machine.

このアルゴリズムで定義したε_0，ε_1に対する状態遷移の効果は次に示すようになる．すなわち，入力ε_0，ε_1を加えることにより状態割当のp桁の2進数は1桁だけ右にシフトされ右端の桁の0，1に対応して出力記号0_1，0_2が出力される．同時に左端の桁にε_0，ε_1に対応して0，1がそう入される．従って，拡大された順序機械M^*の入力ε_0，ε_1に関する2入力部分機械は，2値p段シフトレジスタに同形である．2値p段シフトレジスタは"故障検査容易"であるから，この2入力部分機械は"故障検査容易"である．従って拡大順序機械M^*は"故障検査容易"である．実際M^*において，ε_0，ε_1からなる長さ$p=\lceil \log_2 n \rceil$の任意の入力系列はDSであると同時にSSでもある．入力系列$\varepsilon_{Y_p}\varepsilon_{Y_{p-1}}\cdots\varepsilon_{Y_2}\varepsilon_{Y_1}$は任意の状態から状態割当$Y_1 Y_2 \cdots Y_p$に対応する状態へ遷移させる入力系列である．拡大アルゴリズムにより拡大された順序機械M^*はn'状態（$m+2$）入力順序機械である．但し$\log_2 n'=\lceil \log_2 n \rceil$．

例2．ここで表1の順序機械Aを例にして拡大アルゴリズムを適用してみよう．順序機械Aは強連結でなく，しかもDSを持たない．拡大アルゴリズムをAに適用することにより表2に示す順序機械A^*が得られる．

表1　順序機械A

状態＼入力	0	1
S_1	S_2 (1)	S_1 (1)
S_2	——	S_3 (0)
S_3	S_2 (0)	— (1)

表2　拡大順序機械A^*

状態＼入力		0	1	ε_0	ε_1
0 0	S_1	S_2 (1)	S_1 (1)	S_1 (0)	S_3 (0)
0 1	S_2	——	S_3 (0)	S_1 (1)	S_3 (1)
1 0	S_3	S_2 (0)	—(1)	S_2 (0)	S_4 (0)
1 1	S_4	——	——	S_2 (1)	S_4 (1)

4．拡大順序機械の故障検査系列

ここでは前章で述べた拡大アルゴリズムにより拡大された順序機械の故障検査系列の構成法について考察する．

まずここで対象とする故障は定常的で，内部状態の数を増加させないものと仮定する．与えられ順序機械をM，その拡大順序機械をM^*とする．M^*はn'状態（$m+2$）入力順序機械である．但し，$\log_2 n'=\lceil \log_2 n \rceil$である．拡大アルゴリズムにより$p$桁2進数$00\cdots0$を割当てられた状態を$S_1$とする．拡大アルゴリズムから明らかなように，$M^*$において長さ$\lceil \log_2 n \rceil=p$の入力系列$\varepsilon_0\varepsilon_0\cdots\varepsilon_0$はDSであると同時にSSでもある．しかも最終状態はS_1である．この入力系列$\varepsilon_0\varepsilon_0\cdots\varepsilon_0$を$X_d$と表すことにする．状態$S_i$から$S_j$へ遷移させるための長さ$\lceil \log_2 n \rceil$以下の入力系列を$T(i, j)$とする．更に被検査機械を$N$とする．

故障検査系列は以下に述べるα－系列とβ－系列より構成される．

(I) α－系列は次に示す形をしている．

$$\alpha=X_d T(1,1) X_d X_d T(1,2) X_d X_d T(1,3) \cdots X_d X_d T(1,i) \cdot X_d X_d \cdots T(1,n') X_d X_d \quad (1)$$

最初のX_dは初期状態S_1に設定するためのSSである．ここで被検査機械Nにα－系列を加えたとき正しい出力応答（M^*と同じ出力応答）が得られたとする．α－

系列の部分系列$T(1,1)X_d$, $T(1,2)X_d$, ⋯, $T(1,n')X_d$におけるn'個のX_d の出力系列はすべて異なるので，Nが少なくともn'個の状態を持つことがわかる．故障の仮定よりNはM^*の状態数より多くの状態数を持つことはない．従って，Nの状態数はn'である．しかもX_dはNのDSであることがわかる．混乱の生じない程度にNのn'個の状態をM^*のそれと同じ記号で表すことにする．α－系列の部分系列$T(1,1)X_dX_d$, $T(1,2)X_dX_d$, ⋯, $T(1,n')X_dX_d$において，$T(1,i)X_d$ の最終状態がS_1であることがこの系列に続くDSX_dにより識別され，X_dが任意の状態からS_1へ遷移させるSSであることがわかる．

X_dはDSでありSSでもあることが保障されたから，α－系列の部分系列$X_dT(1,i)X_d$において，$T(1,i)$の前後の状態がX_dにより識別され，S_1, S_i であることがわかる．これによりNにおいて，$T(1,i)$は状態S_1からS_i へ遷移させる入力系列であることがわかる．

(II) β－系列は，α－系列で検査されたX_d, $T(1,i)$を用いて各状態遷移と出力を検査する系列である．β－系列は次に示すβ_{i_j}－系列を任意に連ねた入力系列である．

$$\beta_{i_j}=T(1,i)I_jX_d \quad \begin{pmatrix} i=1,2,\cdots,n \\ j=1,2,\cdots,m \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$=T(1,i)\varepsilon_jX_d \quad \begin{pmatrix} i=1,2,\cdots,n' \\ j=0,1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

但しI_j による状態遷移と出力が共に定義されていない場合($\delta(S_i,I_j)=\lambda(S_i,I_j)=$Don't Care)は除く．

更に付加入力ε_0による状態遷移に対するβ_{i_j}－系列は$T(1,i)\varepsilon_0X_d$であって，これはα－系列の部分系列としてすでに含まれているのでβ－系列から除いてもよい．

被検査機械Nが状態S_1にあるときβ_{i_j}－系列を加え，正しい出力応答が得られたとする．まず$T(1,i)$の最終状態がS_iであることがわかる．次に状態S_iから入力I_jによる遷移先がDS X_d の出力応答により$\delta(S_i,I_j)$であることが識別される．従って，Nにおいて状態S_iに入力I_j を加えたときの次の状態と出力が$\delta(S_i,I_j)$, $\lambda(S_i,I_j)$である．

以上より，被検査機械Nがα－系列，β－系列に対してM^*と同じ出力応答をするならば，NはM^* と等価であることがわかり，従って，$\alpha\cdot\beta$はM^*のpresetな故障検査系列である．

ここでもう少しM^*とMとの違いを考慮すると，実際の動作中ではNはM^*の動作をしなくとも，Mの動作をすれば正常であると考えることができる．この立場にたてば上で述べたβ－系列においてMの部分の状態遷移だけを検査すれば十分である．従って，β－系列を構成するβ_{i_j}－系列としては式(2)だけで十分である．

例3．表2に与えられた順序機械A^*の故障検査系列を構成してみよう．まず$T(1,i)$ $(i=1,2,\cdots,n')$を求めてみよう．$T(1,i)$は状態S_1からS_iへの遷移系列で長さが$\lceil \log_2 n \rceil$以下のものであれば何でもよいので，例えば，ε_0, ε_1 だけを用いても構成することができて表3のようになる．$X_d=\varepsilon_0\varepsilon_0$はDSであり且つSSでもあり，最終状態は$S_1$である．

α－系列は次のようになる．

入力系列	$\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\wedge$	$\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\varepsilon_1\varepsilon_0$	$\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0$	
状態	－	S_1 S_1		S_1	S_2	S_1
出力系列	－－	$\wedge$	0000	00	1000	

ε_1	$\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\varepsilon_1\varepsilon_1$	$\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0$	
S_1 S_3		S_1	S_4	S_1
0	0100	00	1100	

β_{ij}－系列は表4に示すようになる．β－系列で検査すべき状態遷移をもとの順序機械Aに制限すると，β_{i_j}－系列として入力0と1に関するものだけを任意に接続することにより次に示すβ－系列が求まる．

入力系列	0 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\varepsilon_1\varepsilon_0$1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	
状態	S_1	S_1	S_1	S_1
出力系列	110	100	00001	

$\varepsilon_1$0 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\varepsilon_1$1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	
S_1	S_1	S_1
0010	01－－	

表3　順序機械A^*の遷移系列

$T(1,1)$	$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$
$\wedge$	$\varepsilon_1\varepsilon_0$	ε_1	$\varepsilon_1\varepsilon_1$

$\wedge$は長さ0の系列

表4　β_{ij}－系列

状態＼入力	0	1
S_1	0 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$
S_2	――	$\varepsilon_1\varepsilon_0$1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$
S_3	$\varepsilon_1$0 $\varepsilon_0\varepsilon_0$	$\varepsilon_1$1 $\varepsilon_0\varepsilon_0$
S_4	――	――

故障検査系列$\alpha \cdot \beta$の特徴を以下に列挙してみよう．

(1) 故障検査系列$\alpha \cdot \beta$を構成するためには$T(1, i)(i=1, 2, \cdots, n')$を求め，$T(1, i)$と$X_d=\varepsilon_0\ \varepsilon_0 \cdots \varepsilon_0$を用いてあらかじめ決められた形に系列を並べるだけでよい．従って故障検査系列を構成する操作は簡単で組織的に行うことができる．

(2) 文献(8)〜(14), (16), (17)では，故障検査系列を順序機械に加える前に，特定の初期状態に設定するためにadaptiveな入力系列を加えなければならない．一方，ここで得られる故障検査系列$\alpha \cdot \beta$はSS X_dを用いているのでpresetな故障検査系列になっており，被検査機械に容易に検査系列を加えることができる．

(3) 以下に示すように系列長が$mn\lceil \log_2 n \rceil$のオーダの短い検査系列が得られる．

次に故障検査系列$\alpha \cdot \beta$の長さを評価する．ここでは与えられた順序機械Mはn状態m入力で，その拡大順序機械M^*はn'状態$(m+2)$入力であるとする．但し，$\log_2 n' = \lceil \log_2 n \rceil$．

α－系列はn'個の$T(1, i)$と$2n'+1$個のDSからなる．DSの長さは$\lceil \log_2 n \rceil$であり$T(1, i)$の長さは最大$\lceil \log_2 n \rceil$であり，$T(1, 1)$の長さは0であるのでα－系列の長さは高々$3n' \lceil \log_2 n \rceil$である．

各β_{ij}－系列は1個の$T(1, i)$と各状態遷移に対する1個の入力と1個のDSからなる．従って，β_{ij}－系列の長さは高々$2\lceil \log_2 n \rceil+1$である．$\beta$－系列に含まれる$\beta_{ij}$－系列の数は高々$mn+2n'$であるので，その長さは$(mn+2n')(2\lceil \log_2 n \rceil+1)$より短い．

以上より求める故障検査の長さL_1は

$$L_1 \leq 3n' \lceil \log_2 n \rceil + (mn+2n')(2\lceil \log_2 n \rceil + 1)$$

である．ここで，$n'<2n$であるから

$$L_1 < 6n\lceil \log_2 n \rceil + (m+4)n(2\lceil \log_2 n \rceil+1) \approx mn\lceil \log_2 n \rceil$$

となり，従来の方法（$\approx mn^2$）よりオーダが小さくなっている．

実際の動作中でMの動作をすれば正常であると考える場合，M^*の部分機械Mの状態遷移だけを検査すれば十分である．従って，β_{ij}－系列の数は高々Mの状態遷移の数mnである．従って，この立場での故障検査系列の長さL_2は

$$L_2 \leq 3n' \lceil \log_2 n \rceil + mn(2\lceil \log_2 n \rceil+1) < 6n\lceil \log_2 n \rceil + mn(2\lceil \log_2 n \rceil+1) \approx mn\lceil \log_2 n \rceil$$

となる．

5．制限された故障検査系列

ここでは故障の仮定を更に制限することにより前章で得られた故障検査系列より短い故障検査系列を構成する方法を考察する．

［定義5］ 状態集合Sの互いに素な部分集合を要素とする集合で，その部分集合の和がSになる集合をSの分割と呼び，その要素をブロックという．

［定義6］[17] 順序機械Mが次の2条件を満たすとき，Mは分割πに関してp－出力可観測であるという．

(1) 長さpの出力系列が入力系列に依存せず初期状態だけにより一意的に決まる．

(2) 初期状態S_iのとき得られる長さpの出力系列をμ_iとする．このとき，S_iとS_jがπの同じブロックに属するとき及びそのときに限り$\mu_i=\mu_j$である．*

図2において，拡大部分の入力$\varepsilon_0, \varepsilon_1$に関する部分機械（以下$M^*|_{\varepsilon_0, \varepsilon_1}$と記す）は，**3.** で述べたように2値$p$段シフトレジスタに同形である．文献(16)，(17)によると2値p段シフトレジスタはp－出力可観測であり，すべての状態遷移を通る入力系列に長さpの任意入力系列を連ねた系列が故障検査系列であることが示されている．この場合故障の仮定は，(1)故障により状態数が増加しない，(2)故障してもある分割に関してp－出力可観測である[16),(17]．文献(16)，(17)の結果を用いるために，ここで拡大順序機械M^*の故障の範囲を次のように制限する．

(1) 故障は定常的で状態数を増加させない．

(2) 故障しても拡大部分の入力$\varepsilon_0, \varepsilon_1$に関する部分機械$M^*|_{\varepsilon_0, \varepsilon_1}$はある分割に関して$p$－出力可観測である．但し$p=\lceil \log_2 n \rceil = \log_2 n'$である．

この故障の仮定のもとで故障検査系列を構成してみよう．故障検査系列は次に示すω－系列とη－系列から構成される．

(I) ω－系列は$M^*|_{\varepsilon_0, \varepsilon_1}$の故障検査系列である．文献(16)，(17)により，この故障検査系列は$M^*|_{\varepsilon_0, \varepsilon_1}$のすべての状態遷移を通る入力系列に長さ$p=\lceil \log_2 n \rceil$の任意入力系列を連ねた入力系列である．$M^*|_{\varepsilon_0, \varepsilon_1}$は2値$p$段シフトレジスタに同形である．しかも2値$p$段シフトレジスタの状態遷移図において，各状態に入る枝の数と出る枝の数は共に2で等しいので，

＊ 出力可観測の定義は，文献(16)と(17)で若干異なるが，本質的には同じ意味を持つ．ここでは文献(17)の定義を用いた．

$M^*|\varepsilon_0,\varepsilon_1$ の状態遷移図はオイラグラフである．従って一筆書きができて，$M^*|\varepsilon_0,\varepsilon_1$ に対して同じ状態遷移を2度以上通ることなくすべての状態遷移を通る長さ $2n'$ の入力系列を容易に求めることができる．この系列の中で状態 S_1 から始まり S_1 で終る系列を ω_1 とすると，ω－系列は，

$$\omega=\overbrace{\varepsilon_0\ \varepsilon_0\cdots\varepsilon_0}^{\lceil\log_2 n\rceil}\ \omega_1\ \overbrace{\varepsilon_0\ \varepsilon_0\cdots\varepsilon_0}^{\lceil\log_2 n\rceil}$$

となり，長さは丁度 $2n'+2\lceil\log_2 n\rceil$ である．

被検査機械 N が ω－系列に対して正しい出力応答をするならば，N は n' 個の状態を持ち，入力 $\varepsilon_0,\varepsilon_1$ にだけ制限したときの N の部分機械 $N|\varepsilon_0,\varepsilon_1$ は $M^*|\varepsilon_0,\varepsilon_1$ に同形である[16],[17]．従って，$N|\varepsilon_0,\varepsilon_1$ は2値 $\lceil\log_2 n\rceil$ 段シフトレジスタに同形となり，$\varepsilon_0,\varepsilon_1$ だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の任意入力系列に対する出力系列から，その初期状態と最終状態を一意的に決定することができる．この $\varepsilon_0,\varepsilon_1$ だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の入力系列を用いて，次に η－系列を構成する．

(II)　η－系列は次に示す η_{ij}－系列を部分系列として含む入力系列である．

$$\eta_{ij}=T(-,i)I_jT(-,-)\quad\begin{pmatrix}i=1,2,\cdots,n\\ j=1,2,\cdots,m\end{pmatrix}$$

ここで $T(-,i)$ は任意の状態から状態 S_i へ遷移させる，ε_0 と ε_1 だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の入力系列であり，$T(-,-)$ は ε_0 と ε_1 だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の任意入力系列である．但し，$\delta(S_i,I_j)$ と $\lambda(S_i,I_j)$ が共に未定義の場合は，η－系列に含めない．

被検査機械 N が ω－系列と η－系列に対して正しい出力応答をしたとする．まず(I)での結果より，ε_0 と ε_1 だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の入力系列の出力応答からその初期状態と最終状態を識別することができる．従って，η_{ij}－系列において入力 I_j の前後の状態が $T(-,i)$ と $T(-,-)$ により識別され，各々，S_i，$\delta(S_i,I_j)$ であることがわかる．従って，N において状態 S_i に入力 I_j を加えたときの次の状態と出力が $\delta(S_i,I_j)$，$\lambda(S_i,I_j)$ であることがわかる．

以上より，被検査機械 N が $\omega\cdot\eta$ に対して M^* と同じ出力応答をするならば，N は M^* と等価であることがわかり，従って $\omega\cdot\eta$ は M^* の presetな故障検査系列である．

ω－系列と η－系列は各々前章における α－系列と β－系列に相当している．η－系列と β－系列の違いは，β_{ij}－系列の初期状態は S_1 でなければならないのが，η_{ij}－系列の初期状態は任意であること，β_{ij}－系列ではDSとして X_d だけ用いたが，η_{ij}－系列では ε_0 と ε_1 だけからなる長さ $\lceil\log_2 n\rceil$ の任意入力系列 $T(-,-)$ がDSであること，などである．従って，β_{ij}－系列では重ね合わせることができなかったが，β_{ij}－系列では以下に示すように $T(-,i)$ と $T(-,-)$ を重ね合わすことができて，より短い故障検査系列を構成できる．

隣りあう $\eta_{ij}=T(-,i)I_jT(-,-)$ と $\eta_{kl}=T(-,k)I_lT(-,-)$ に対して，η_{ij} の $T(-,-)$ として η_{kl} の $T(-,k)$ を選べば，$T(-,-)$ と $T(-,k)$ を重ね合わすことができて，

$$T(-,i)I_jT(-,k)I_lT(-,-)$$

となる．以下同様に隣りあう η_{ij}－系列同志で重ね合わせることにより，η－系列としては，各 η_{ij}－系列から $T(-,-)$ を取除いた系列を連ねた系列でよいことになる．

ここで故障検査系列 $\omega\cdot\eta$ の長さ L_3 を評価してみよう．まず ω－系列は先に述べたようにその長さは丁度 $2n'+2\lceil\log_2 n\rceil$ である．η－系列の長さは高々 $mn(\lceil\log_2 n\rceil+1)$ である．従って，

$$\begin{aligned}L_3&\leq 2n'+2\lceil\log_2 n\rceil+mn(\lceil\log_2 n\rceil+1)\\&<4n+2\lceil\log_2 n\rceil+mn(\lceil\log_2 n\rceil+1)\\&\approx mn\lceil\log_2 n\rceil\end{aligned}$$

となる．従って，系列長のオーダは $mn\lceil\log_2 n\rceil$ となり **4.** での結果と同じであるが，上限は明らかに小さくなっている．ここで比較のため，もう一度各故障検査系列の上限を次に示す．

$$L_1<6n\lceil\log_2 n\rceil+(m+4)n(2\lceil\log_2 n\rceil+1)$$
$$L_2<6n\lceil\log_2 n\rceil+mn(2\lceil\log_2 n\rceil+1)$$
$$L_3<4n+2\lceil\log_2 n\rceil+mn(\lceil\log_2 n\rceil+1)$$

例4．表2に示す順序機械 A^* の故障検査系列を構成してみよう．まず状態 S_1 から始めて入力 ε_0 と ε_1 に関してすべての状態遷移を通る入力系列を求めると次のようになる．

入力系列	ε_0	ε_1	ε_0	ε_1	ε_1	ε_1	ε_0	ε_0	
状態	S_1	S_1	S_3	S_2	S_3	S_4	S_4	S_2	S_1
出力系列	0	0	0	1	0	1	1	1	

従って，ω－系列は

$$\underset{-}{\varepsilon_0\,\varepsilon_0}\ \underset{S_1}{}\ \varepsilon_0\,\varepsilon_1\,\varepsilon_0\,\varepsilon_1\,\varepsilon_1\,\varepsilon_1\,\varepsilon_0\,\varepsilon_0\ \underset{S_1}{}\ \varepsilon_0\,\varepsilon_0\ \underset{S_1}{}$$

となる．

η－系列は次のようになる．

入力系列　0　$\varepsilon_0\varepsilon_0$　1　$\varepsilon_1\varepsilon_0$　1　$\varepsilon_0\varepsilon_1$　0　$\varepsilon_0\varepsilon_1$　1　$\varepsilon_0\varepsilon_0$

状態　S_1 S_2　S_1 S_1　S_2 S_3　S_3 S_2　S_3　—　S_1

従って，故障検査系列は系列長が２７のものが得られる．

$\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_1\varepsilon_1\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0\varepsilon_0 0\ \varepsilon_0\varepsilon_0 1\ \varepsilon_1\varepsilon_0 1\ \varepsilon_0\varepsilon_1 0\ \varepsilon_0\varepsilon_1 1\ \varepsilon_0\varepsilon_0$

同じ順序機械A^*に対して前章で求められた故章検査系列の長さは４２である．

６．む す び

本論文では，２入力付加により故障検査容易な順序機械に拡大する方法を示し，その故障検査について考察した．従来提案されていた故障検査容易な順序機械では，求められる故障検査系列の長さはmn^2のオーダであった．ここでは，これより短い$mm\lceil\log_2 n\rceil$のオーダの長さの故障検査系列を構成できる順序機械を提案し，その拡大方法を示した．任意の与えられた順序機械に対し，２入力記号を付加することにより簡単な操作で，この故障検査容易な順序機械に拡大できる．

この順序機械に対して，状態数が増加しないという故障の仮定のもとで，$mn\lceil\log_2 n\rceil$のオーダの長さの故障検査系列を構成する方法を述べた．更に，制限した故障に対する故障検査系列の構成法についても考察した．この場合は，系列長のオーダは$mn\lceil\log_2 n\rceil$と同じであるが，より短い検査系列を求めることができる．ここで述べた方法はすべて操作が簡単で組織的に行えるという特徴がある．

謝辞　末筆ながら日頃御指導頂く本学の尾崎弘教授に深謝する．特に本学大学院笹尾勤氏並びに川崎重工技術研究所長尾陽一氏には本研究に関して有益な討論を頂いたので記して謝意を表したい．

文　　献

(1) A.Gill：“Introduction to the theory of finite-state machines”, McGraw-Hill (1962).

(2) F.G.Hennie：“Fault detecting experiments for sequential circuits”, Proc.5th Ann.Sympo.on Switching Circuit Theory and Logical Design, Princeton, N.J., p.95 (Nov.1964).

(3) C.R.Kime：“A failure detection method for sequential circuits”, Dept.Elec. Eng., Univ.of Iowa City, Tech.Rep.66－13 (1966).

(4) G.Gönenc：“A method for the design of fault detection experiments”, IEEE Trans.(Short Notes), C－19, 6, p.551 (June 1970).

(5) E.P.Hsieh：“Checking experiments for sequential machines”, IEEE Trans., C－20, 10, p.1152 (Oct. 1971).

(6) D.E.Farmer：“Algorithms for designing fault-detention experiments for sequential machines”, IEEE Trans., C－22, 2, p.159 (Feb.1973).

(7) 藤原，長尾，樹下：“不完全記述順序機械の故障検査”，信学論(D)，57－D，9，p.527（昭49－09）.

(8) Z.Kohavi and P.Lavallee：“Design of sequential machines with fault-detection capabilities”, IEEE Trans., EC－16, 8, p.473 (Aug.1967).

(9) R.L.Martin：“The design of diagnosable sequential machines”, Proc.Hawaii Internat.Conf.Syst.Sci. (1968).

(10) 藤原，樹下：“出力端子付加による診断容易な順序機械について”，信学論(D)，55－D，12，p.807（昭47－12）.

(11) 村上，樹下，尾崎：“故障検査を考慮した順序機械の構成法”，信学論(C)，51－C，10，p.455（昭43－10）.

(12) S.Murakami, K.Kinoshita and H.Ozaki：“Sequential machines capable of fault diagnosis”, IEEE Trans., C－19, 11, p.1079 (Nov.1970).

(13) J.R.Kane and S.S.Yau：“On the design of easily testable sequential machines”, Conf.Rec.12th Ann.Sympo.on Switching and Automata Theory, p.38 (Oct.1971).

(14) C.E.Holborow：“An improved bound on the length of checking experiments for sequential machines with counter cycles”, IEEE Trans.(Short Notes), C－21, 6, p.597 (June 1972).

(15) M.J.Y.Williams and J.B.Angell：“Enhancing testability of large-scale integrated circuits via test points and additional logic”, IEEE Trans., C－22, 1, p.46 (Jan.1973).

(16) 藤原，樹下：“順序機械の出力可観測形実現と故障検査”，信学論(D)，56－D，8，p.473（昭48－08）.

(17) H.Fujiwara and K.Kinoshita：“Design of diagnosable sequential machines utilizing extra outputs”, IEEE Trans., C－23, 2, p.138 (Feb.1974).

(18) 長尾，笹尾，藤原，樹下：“入力付加による故障検査容易な順序機械”，信学会電算機研資，EC73－38（1973－11）.

(19) S.W.Golomb：“Shift register sequences”, Holden-Day, Inc. (1967).

（昭和49年4月25日受付）