UDC 681.325.6-192：007.52].001.42

初期状態識別系列を持たない不完全記述順序機械の故障検査

正員 藤原 秀雄† 正員 樹下 行三†

Checking Experiments for Incompletely Specified Machines Not Having Distinguishing Sequences

Hideo FUJIWARA† and Kozo KINOSHITA†, *Regular Members*

あらまし 著者らは先に完全記述順序機械に限られていた故障検査の問題を不完全記述順序機械に拡張し，DSを持つ順序機械に対する故障検査の方法について考察を行った．本論文では，初期状態識別系列を持たない一般の不完全記述順序機械を対象とし，その故障検査系列の構成法を示す．そこでは故障検査を順序機械の識別問題の応用として取扱い，識別問題の対象を不完全記述順序機械にまで拡張している．

1. まえがき

不完全記述順序機械の故障検査は，従来の完全記述順序機械の故障検査の拡張として一般化できる．文献(5)で著者らは，不完全記述順序機械の故障検査の必要性を述べ，不完全記述順序機械の故障検査を定義し，初期状態識別系列(distinguishing sequence)を持つ順序機械に対象を限りその故障検査系列の構成法を示した．本論文では，故障検査を順序機械の識別問題の応用として取扱い，不完全記述順序機械の故障検査を更に厳密に定義し，初期状態識別系列を持たない一般の不完全記述順序機械に対する故障検査について考察する．

ある要求された論理的な動作をする順序機械を設計する場合，最初に不完全記述形で書かれる場合が多く，最終的に回路設計の段階で完全記述順序機械になると考えられる．この場合，被検査機械Nにおいて，不完全記述の段階で記述された部分だけが正しく動作すれば，初期に要求された論理的動作をするので，Nは正常であると考えることができる．従って不完全記述順序機械Mの故障検査とは，次のように考えることができる．まずMの未定義の部分を記述してできる完全記述順序機械のすべてをN_1，N_2，…，N_tとすると，これらの順序機械はすべてMの動作をするので正常な順序機械である．従って，Mの故障検査とは，被検査機械(完全記述順序機械)NがN_1，N_2，…，N_tのいずれかと等価であるか否かを決定することであると考えることができる．

2. 諸定義

まず不完全記述順序機械に関する基礎的な定義を述べることから始めよう．

［定義1］ 順序機械Mは5項系列$M=(S, I, O, \delta, \lambda)$で表す．ここで$S$，$I$，$O$は各々，状態，入力，出力の有限集合，$\delta: S\times I\rightarrow S$は状態遷移関数，$\lambda: S\times I\rightarrow O$は出力関数である．

δ，λが共に全域関数ならば，Mを完全記述順序機械と呼び，δ又はλが部分関数のとき，Mを不完全記述順序機械と呼ぶ．

［定義2］ 状態S_iにある順序機械Mに入力系列xを加えたとき，この入力系列の最後の入力を除く各入力によって遷移する状態がすべて定義されているならば，この入力系列xは状態S_iに適用できる(applicable)という．

---

† 大阪大学工学部電子工学科，吹田市
Faculty of Engineering, Osaka University, Suita-shi, 565 Japan

論文番号：昭 50-242[D-52]

［定義3］ 状態S_iにある順序機械Mに入力系列xを加えたとき，この入力系列の各入力によって遷移する状態がすべて定義されているならば，この入力系列xは状態S_iに強い意味で適用できるという．

［定義4］ 順序機械Mの状態S_i, S_jに適用できるすべての入力系列xに対して，状態S_i, S_jを初期状態とするMにxを加えたとき得られる2つの出力系列の両方が共に定義されている部分で一致するとき，S_iとS_jは両立できる（compatible）といい，$S_i \sim S_j$と書く．Mが完全記述形のとき，S_iとS_jは等価であるといい，$S_i \cong S_j$と書く．

関係〜は同値関係ではないが，関係≅は同値関係であることはよく知られている[9],[10]．

［定義5］ 順序機械$M_1=(S_{M1}, I, O, \delta_{M1}, \lambda_{M1})$と$M_2=(S_{M2}, I, O, \delta_{M2}, \lambda_{M2})$において，$M_1$の各状態$S_i \in S_{M_1}$に対して$S_i \sim S_j$なる状態$S_j \in S_{M_2}$が存在するならば，$M_2$は$M_1$を被覆するといい，$M_2 \geq M_1$と書く．$M_1 \geq M_2$で且つ$M_2 \geq M_1$のとき，$M_1$と$M_2$は等価であるといい，$M_1 \sim M_2$と書く．$M_1, M_2$が完全記述形の場合には，$M_1 \cong M_2$と書くことにする．

一般に関係〜は同値関係ではないが，完全記述順序機械だけに対象を限れば，関係≅は同値関係であることはよく知られている[9],[10]．

［定義6］ 順序機械Mのどの2状態S_i, S_jも両立できないとき，Mは既約であるという．

［定義7］ 順序機械Mの任意の2状態S_i, S_jに対して，S_i, S_jに強い意味で適用できる入力系列x_1, x_2が各々存在して，

$$\delta(S_i, x_1)=S_j, \quad \delta(S_j, x_2)=S_i$$

となるとき，Mは強連結であるという．

Mが強連結であるとは，任意の状態から任意の状態へ，強い意味で適用できる入力系列で遷移することができるような順序機械を意味する．ここで定義した既約および強連結は，完全記述順序機械の場合，従来の定義に一致する[9],[10]．

3. 集合$\mathcal{S}(M)$と故障検査

以下で対象とする順序機械は既約で強連結とする．不完全記述順序機械Mの未定義の部分を記述することによりできる完全記述順序機械をすべて列挙し，それを$N_1, N_2, \cdots, N_t$とするとき，集合$\mathcal{S}(M)$を$\mathcal{S}(M)=\{N_1, N_2, \cdots, N_t\}$で定義する．不完全記述順序機械$M$の故障検査を定義する前に$\mathcal{S}(M)$の性質について考察してみよう．

完全記述順序機械$N_R \in \mathcal{S}(M)$はMの未定義の部分を記述してできるので，Mの状態とN_kの状態は1対1に対応する．Mの状態$S_1, S_2, \cdots, S_n$とし，これらの状態に対応するN_kの状態を各々$S_{1k}, S_{2k}, \cdots, S_{nk}$としよう．$M$が既約で強連結であることと，$\mathcal{S}(M)$の定義より明らかに次の補題が成立する．

［補題1］

(1) $S_i \not\sim S_j \quad (i \neq j,\ 1 \leq i, j \leq n)$

(2) $S_{ik} \not\cong S_{jk} \quad \begin{pmatrix} i \neq j,\ 1 \leq i, j \leq n, \\ 1 \leq k \leq t \end{pmatrix}$

(3) $S_i \sim S_{ik} \quad (1 \leq i \leq n,\ 1 \leq k \leq t)$

既約で強連結な不完全記述順序機械Mと$\mathcal{S}(M)$の各要素N_kとの間に次の補題が成立する．

［補題2］

(1) $N_k \in \mathcal{S}(M)$は既約で強連結な完全記述順序機械である

(2) $M \sim N_k \quad (N_k \in \mathcal{S}(M))$

(3) $N_i \not\cong N_j \quad (i \neq j,\ N_i, N_j \in \mathcal{S}(M))$

（証明） Mが既約で強連結であることと，$\mathcal{S}(M)$の定義より(1)と(2)は明らかに成立する．

$\mathcal{S}(M)$のある要素$N_i, N_j\,(i \neq j)$に対して，$N_i \cong N_j$と仮定する．N_i, N_jは(1)より既約な完全記述順序機械である．既約で等価な完全記述順序機械は同形であることが知られている[9]ので，$N_i \cong N_j$よりN_iとN_jは同形となる．一方，$i \neq j$であるから，$\mathcal{S}(M)$の定義よりN_iとN_jはMの少なくとも1の未定義の部分で異なるように記述されており，N_iとN_jは同形ではない．従って矛盾するので，$N_i \not\cong N_j$でなければならない．

（証明終）

［補題3］ 既約な不完全記述順序機械Mと完全記述順序機械Nが与えられたとき，MがNと等価であるための必要十分条件は，Nが$\mathcal{S}(M)$のある要素N_iに等価であることである．

（証明）（十分条件） $\mathcal{S}(M)$のある要素N_iに対して$N \cong N_i$とする．補題2(2)より$N_i \sim M$であるから，$N \sim M$となる．

（必要条件） $M \sim N$とする．Mは既約であるから$|S_M| \leq |S_N|$である．ここで，$|S|$は集合Sの要素の数を表す．Nと等価で既約な完全記述順序機械を$\hat{N}$とすれば，$N \cong \hat{N}$，$\hat{N} \sim M$となり，Mが既約であるので，$|S_M|=|S_{\hat{N}}|$となる．

Mの状態$S_1, S_2, \cdots, S_n$に各々両立できる$\hat{N}$の状態を$t_1, t_2, \cdots, t_n$とする．$M \sim \hat{N}$より各入力I_jに対して，$\delta_M(S_i, I_j)=S_l$，$\lambda_M(S_i, I_j)=O_k$が定義されておれば，

$\delta_{\hat{N}}(t_i, I_j)=t_l$, $\lambda_{\hat{N}}(t_i, I_j)=O_k$ となる.

従って, Mにおいて$\delta_M(S_i, I_j)$, $\lambda_M(S_i, I_j)$ が未定義の部分を, $\delta_{\hat{N}}(t_i, I_j)$, $\lambda_{\hat{N}}(t_i, I_j)$で定義することにより得られる完全記述順序機械を$N_k$とすれば, $N_k \in \mathcal{S}(M)$で, $\hat{N} \cong N_k$となる. $N \cong \hat{N}$であったから, $N \cong N_k$, $N_k \in \mathcal{S}(M)$となり, Nは$\mathcal{S}(M)$の要素に等価となる.

(証明終)

完全記述順序機械Mの故障検査とは, 被検査機械Nに入力系列を加えその出力系列よりNがMと等価であるか否かを決定することである[(2)〜(4)]. 不完全記述順序機械の故障検査も同様に定義することができる.

[定義8] 順序機械Mの故障検査とは, 被検査機械Nに入力系列を加え, その出力系列よりNがMと等価であるか否かを決定することである. 故障検査を行うために被検査機械に加える入力系列を故障検査系列という.

ここで注意すべきことは, 被検査機械は完全記述順序機械であることである.

補題3より定義8の故障検査の定義は次のように書きかえることができる.

[定義9][(5)] 順序機械Mの故障検査とは, 被検査機械Nに入力系列を加え, その出力系列よりNが$\mathcal{S}(M)$の要素と等価であるか否かを決定することである.

4. 不完全記述順序機械の状態識別

ここでは, 完全記述順序機械に対して考えられていた従来の状態識別の問題を, 不完全記述順序機械に対しても考察してみる. 従って, 文献(2)〜(4)に現れるHS(homing sequence), DS(distinguishing sequence), CS(characterizing set)の定義を不完全記述順序機械へ拡張し, それらに関する2,3の定理を述べる.

完全記述順序機械の状態識別の問題の1つにホーミング実験 (homing experiment)[(6)]があるが, これはある完全記述順序機械Mが与えられたとき, 入力系列xをMに加えて得られる出力応答より, xを加えた後のMの状態を決定する思考実験である. これを不完全記述順序機械に対して拡張すると次のようになる.

不完全記述順序機械Mと被検査機械Nが与えられているとする。被検査機械Nは$\mathcal{S}(M)$の要素であることは分かっているが, $\mathcal{S}(M)$のどの要素N_iであるかはわからないものとする. このとき, ある入力系列xを被検査機械Nに加えて得られる出力応答より, xを加えた後のNの状態がMのどの状態に両立できるかを決定する思考実験をホーミング実験と呼ぶことにする. このように拡張すれば, Mが完全記述形のときは, $\mathcal{S}(M)=\{M\}$であるから必然的に$N=M$となり, 従来のホーミング実験の定義に一致する.

以上の立場で, 従来のHS(homing sequence), DS(distinguishing sequence), CS(characterizing set)を不完全記述順序機械に拡張してみると次のようになる. 不完全記述順序機械Mと被検査機械Nが与えられており, Nは$\mathcal{S}(M)$の要素であるが, どの要素であるかは未知とする. このときMのHS, DS, CS, を次のように定義する。

[定義10] 被検査機械Nに入力系列xを加えたときの出力系列より, その入力系列xを加えた後のNの状態がMのどの状態と両立できるかを一意的に決定できるとき, 入力系列xをMのHS(homing sequence)という.

[定義11] 被検査機械Nに入力系列xを加えたときの出力系列より, その入力系列xを加える前のNの状態がMのどの状態に両立できるかを一意的に決定できるとき, 入力系列xをMのDS(distinguishing sequence)という.

[定義12] ある入力系列の集合C_iに属する各入力系列をNに加えて得られる出力系列の集合から, それらの入力系列を加える前の状態がMの状態S_iに両立できるか否かを決定できるとき, 入力系列の集合C_iは, 状態S_iのCS(characterizing set)という. 但し, C_iの各入力系列を加えるときのNの初期状態はすべて同じ状態である. 入力系列の集合CがMのすべての状態のCSであるとき, CはMのCSという.

以上の各定義は, Mが完全記述順序機械のときは従来の定義と一致する.

[定義13] 次に加えるべき入力がその前の出力系列に依存する入力系列は逐次的(adaptive)であるといい, その前の出力系列に依存しない入力系列は非逐次的(preset)であるという.

[定義14][(6)] 順序機械$M_1=(S_{M_1}, I, O, \delta_{M_1}, \lambda_{M_1})$と$M_2=(S_{M_2}, I, O, \delta_{M_2}, \lambda_{M_2})$の直和機械$M_1+M_2=(S, I, O, \delta, \lambda,)$を次のように定義する. 状態集合は, $S=S_{M_1} \cup S_{M_2}$である. 但し, $S_{M_1} \cap S_{M_2}=\phi$とする. 状態遷移関数と出力関数は,

$$\delta(S_i, I_j)=\begin{cases}\delta_{M_1}(S_i, I_j) & S_i \in S_{M_1}\\ \delta_{M_2}(S_i, I_j) & S_i \in S_{M_2}\end{cases}$$

$$\lambda(S_i, I_j)=\begin{cases}\lambda_{M_1}(S_i, I_j) & S_i \in S_{M_1}\\ \lambda_{M_2}(S_i, I_j) & S_i \in S_{M_2}\end{cases}$$

直和機械に対して次の補題が成立する．

［補題4］ N_1, N_2を等価でない既約な強連結完全記述順序機械とする．このとき，直和機械N_1+N_2は既約な完全記述順序機械である．

（証明） $N_1=(S_{N_1}, I, O, \delta_{N_1}, \lambda_{N_1})$, $N_2=(S_{N_2}, I, O, \delta_{N_2}, \lambda_{N_2})$, $N_1+N_2=(S, I, O, \delta, \lambda)$とおく．$N_1+N_2$が完全記述形であることは定義14より明らかである．

N_1+N_2が既約でないとすると，$S_i \cong S_j$となるS_i, $S_j \in S$が存在する．S_i, S_jが共にN_1の状態とすればN_1が既約であることに矛盾する．S_i, S_jが共にN_2の状態としても同様である．従って，$S_i \in S_{N_1}$, $S_j \in S_{N_2}$となる．N_1は強連結であるから，任意の$S_a \in S_{N_1}$に対してある入力系列が存在して，

$\delta_{N_1}(S_i, x)=\delta(S_i, x)=S_a$となる．

$\delta_{N_2}(S_j, x)=S_b \in S_{N_2}$とすると，$S_i \cong S_j$であるから$S_a \cong S_b$となる．

逆に任意の状態S_b S_{N_2}に対して$S_a \cong S_b$となる状態$S_a \in S_{N_1}$が存在する．従って$N_1 \cong N_2$である．これは仮定に反する．故にN_1+N_2は既約である．（証明終）

補題2の(3)と補題4より次の補題5が成立する．

［補題5］ Mを既約で強連結な不完全記述順序機械とし，$\mathscr{S}(M)=\{N_1, N_2, \cdots, N_t\}$とする．このとき直和機械$N_1+N_2+\cdots+N_t$は既約な完全記述順序機械である．

今，直和機械$N_1+N_2+\cdots+N_t$のHS, DS, CSが存在したとすれば，定義10，11，12よりそれらは，不完全記述順序機械MのHS, DS, CSでもあることは明らかである．

［補題6］ $N_1+N_2+\cdots+N_t$のHS, DS, CSは，MのHS, DS, CSでもある．

既約な完全記述順序機械に対しては常にHSとCSを求めることができる[2),(6)]．補題5より$N_1+N_2+\cdots+N_t$は既約で完全記述形であるから，HSとCSを求めることができる．従って補題6により，そのHS, CSは，不完全記述順序機械MのHS, CSであるので次の定理が成立する．

［定理1］ 既約で強連結な不完全記述順序機械に対して，常にHSとCSを求めることができる．

5．不完全記述順序機械の故障検査

文献(5)で著者らは，DSを持つ不完全記述順序機械の故障検査について詳しく考察した．不完全記述順序機械に対しては，記述された部分だけを検査すればよいので検査系列を短縮できる可能性があるが，記述されていない所の起こり方によっては，検査系列の求め方が複雑になる場合がある．文献(5)ではDSを持つ場合，単純不完全記述順序機械ならば，完全記述形の場合より短い検査系列を比較的容易に作成できることを示した．

ここでは，一般にDSを持たない不完全記述順序機械の故障検査について考察する．対象とする順序機械Mは，既約で強連結な不完全記述形とする．順序機械の故障は定常的で内部状態の数を増加させないものと仮定する．すなわち，順序機械Mの状態数をnとすれば，被検査機械Nは状態数がn以下の完全記述形である．

不完全記述順序機械の各状態遷移を次の4つの形に分類する．

［1形］ $\delta(S_i, I_j)$と$\lambda(S_i, I_j)$が共に定義されている．

［2形］ $\delta(S_i, I_j)$が定義され，$\lambda(S_i, I_j)$が定義されていない．

［3形］ $\delta(S_i, I_j)$が定義されず，$\lambda(S_i, I_j)$が定義されている．

［4形］ $\delta(S_i, I_j)$と$\lambda(S_i, I_j)$が共に定義されていない．

［定義15］ 2形，3形の状態遷移を含まない不完全記述順序機械を単純であるという．

一般に，不完全記述順序機械が与えられたとき，2形と3形の状態遷移の未定義の部分を任意に定義すれば，単純不完全記述順序機械に変更できる．

故障検査の方法としては，従来の完全記述順序機械に対して行われていたtransition checking approach[(2)〜(4)]の方法を拡張したものを用いる．

5.1 単純不完全記述順序機械の故障検査

ここでは単純不完全記述順序機械に対象を限り，その故障検査系列の構成法について述べる．定理1で述べたように，既約で強連結な不完全記述順序機械Mに対しては，HSとCSが常に存在する．

MのCSを$\{X_1, X_2, \cdots, X_k\}$とする．入力系列$X_j$の接頭部(prefix)の中で状態$S_i$に強い意味で適用できる最長の入力系列を$X_{ij}$とする．すなわち，入力系列$X_j$の中で入力系列$X_{ij}$までは状態遷移がすべて定義されているが，それ以上は未定義になる．従って，入力系列の集合$\{X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{ik}\}$は状態$S_i$のCSであり，しかも各入力系列$X_{ij}$を加えた後の最終状態が常に定義される．その状態を$Q_{ij}=\delta(S_i, X_{ij})$とし，状態$S_i$から$S_j$へ遷移させる入力系列を$T(S_i, S_j)$と書くことにする．

$\overline{X}_{ij}=X_{ij}T(Q_{ij},S_i)$ とおくと，入力系列の集合 $\{\overline{X}_{i1}, \overline{X}_{i2},\cdots,\overline{X}_{ik}\}$ は状態 S_i のCSである．しかも，初期状態が S_i であれば各入力系列 $\overline{X}_{ij}$ を加えた後の最終状態が常に S_i になる．

次に，状態 S_i のCSを用いて従来のLS(locating sequence)[(2),(4)]を拡張した系列を定義しよう．次のような入力系列 $Y_{i1}, Y_{i2},\cdots,Y_{ik}$ 及びそれらを用いて，L_{S_i} を定義する．

$$
\begin{aligned}
Y_{i1} &= \overline{X}_{i1}\\
Y_{i2} &= Y_{i1}^{n}\,\overline{X}_{i2}\\
&\cdots\\
Y_{ik} &= Y_{i(k-1)}^{n}\,Y_{i(k-2)}^{n}\cdots Y_{i1}^{n}\,\overline{X}_{ik}\\
L_{S_i} &= Y_{ik}
\end{aligned}
$$

ここで n は状態数を表す．入力系列 L_{S_i} を状態 S_i に対するLS(locating sequence)という．

従来のLSとの相違点は，$X_1, X_2,\cdots,X_k$ の代わりにその接頭部 $X_{i1}, X_{i2},\cdots,X_{ik}$ を用いている点だけである．従って，文献(2)，(4)と同様，このLSを用いて故障検査系列を構成することができる．ここで対象としている順序機械 M が完全記述形である場合は，このLSは従来の定義[(2),(4)]に一致する．

文献(2)，(4)で示されたのと同様に，LSに関して次の補題が成立する．

［補題7］ 順序機械 M の状態 S_i に対するLSを L_{S_i} とし，初期状態を S_i とするときの L_{S_i} に対する出力系列を Z_{S_i} とする．被検査機械 N に L_{S_i} を加えたとき出力系列として Z_{S_i} が得られたとすれば，N には，S_i のCS $\{X_{i1}, X_{i2},\cdots,X_{ik}\}$ に属する各入力系列に対して S_i と同じ出力系列を出す状態が少なくとも1つ存在する．（証明略）

［補題8］ 入力系列 L_{S_i} を N に加えるごとに，Z_{S_i} の出力応答をするならば，各 L_{S_i} の最終状態は常に同じ状態である．（証明略）

単純不完全記述順序機械 M の故障検査系列となる系列 $\eta_M\omega_M$ を次のように定義する．入力系列 η_M の接頭部はHSであり，その出力応答から最終状態を決定する．入力系列 ω_M はその最終状態から始まり，次の各系列を部分系列として含む非逐次的な入力系列である．式(1)は式(2)に含まれるので，ω_M は式(2)と式(3)を含む系列である．

入力系列		L_{S_i}	$(i=1,2,\cdots,n)$	(1)
状　態	S_i	S_i		

入力系列		L_{S_i}	X_{ip}	$\left(\begin{array}{l} i=1,2,\cdots,n\\ p=1,2,\cdots,k\end{array}\right)$	(2)
状　態	S_i		S_i		

入力系列	L_{S_i}	I_{ij}	X_{jp}	(3)
状　態	S_i	S_i	S_j	

$\left(\begin{array}{l} i=1,2,\cdots,n\,;\,p=1,2,\cdots,k\\ I_{ij}\text{ は }\delta(S_i,I_{ij})\text{ が定義されて}\\ \text{いる入力}\end{array}\right)$

特別な場合として，順序機械 M が完全記述形の場合は，この故障検査系列は従来の方法[(2),(4)]で求められるのと一致する．

さて，入力系列 $\eta_M\omega_M$ が故障検査系列であることを次に示そう．入力系列 ω_M に対する M と被検査機械 N の出力応答を各々 μ_M, μ_N とする．

μ_M と μ_N が異なるときは，N が $\mathscr{S}(M)$ のどの要素とも等価ではなくなり，N は故障している．

μ_M と μ_N が同じ系列であるとする．ω_M は式(1)より L_{S_i} を含みしかも $\mu_N=\mu_M$ であるから，補題7より，N には状態 S_i のCS $\{X_{i1}, X_{i2},\cdots,X_{ik}\}$ の各入力系列に対して S_i と同じ出力応答をする状態が少なくとも1つ存在する．各 S_i についてこのことがいえるので N には少なくとも n 個の状態が存在する．故障の仮定より N の状態数は高々 n であるから，丁度 n 個の異なる状態 $t_1, t_2,\cdots,t_n$ が存在する．S_i のCSに対して S_i と同じ出力応答をする状態を t_i とおく．

補題8より ω_M に現われる各 L_{S_i} の最終状態はすべて同じ状態である．その状態が t_i であることは，次のようにして分かる．$\{X_{i1}, X_{i2},\cdots,X_{ik}\}$ は S_i のCSであるので，t_i のCSでもある．式(2)の各系列 $L_{S_i}X_{i1}, L_{S_i}X_{i2},\cdots,L_{S_i}X_{ik}$ の各出力応答より，L_{S_i} の最終状態が t_i であることが $X_{i1}, X_{i2},\cdots,X_{ik}$ の出力応答より識別される．

同様に，式(3)の各系列 $L_{S_i}I_{ij}X_{j1}, L_{S_i}I_{ij}X_{j2},\cdots,L_{S_i}I_{ij}X_{jk}$ の出力応答から，$L_{S_i}I_{ij}$ の最終状態が t_j であることが識別される．このことは，M において $\delta(S_i, I_{ij})$ が定義されるすべての状態遷移において成立する．$\delta(S_i,I_{ij})=S_j, \delta_N(t_i,I_{ij})=t_j, \lambda(S_i,I_{ij})=\lambda_N(t_i,I_{ij})$ となるので，状態 S_i と t_i は両立できる．従って，M と N とは等価である．故に $\eta_M\omega_M$ は M の故障検査系列である．

［例1］ 表1の順序機械 M_1 に対して故障検査系列を構成してみよう．HSとして0，CSとして{0,10}を用いる．状態 A のCSは{0}，状態 B と C のCSは{0,10}である．元の状態にもどるCSを求めると，状態 A のCSは{001}，B のCSは{010，1010}，C のCSは{0,100}．

各状態に対するLSを求めると，

$L_A=001$

$L_B=(010)^3 1010=0100100101010$

$L_C=0^3 100=000100$

各状態に対して，式(2)の系列を作ると次のようになる．

入力系列　$L_A\ 0$　$L_B\ 0$　$L_B\ 10$　$L_C\ 0$

状態　$A\ A\ B\ ;\ B\ B\ C\ ;\ B\ B\ C\ ;\ C\ C\ C\ ;$

$L_C\ 10$

$C\ C\ B$

式(3)の各系列は次のようになる．

入力系列　$L_A\ 0\ 0$　$L_A\ 0\ 10$　$L_B\ 0\ 0$

状態　$A\ A\ B\ C\ ;\ A\ A\ B\ C\ ;\ B\ B\ C\ C\ ;$

$L_B\ 0\ 10$　$L_B\ 1\ 0$　$L_B\ 1\ 10$　$L_C\ 0\ 0$

$B\ B\ C\ B\ ;\ B\ B\ B\ C\ ;\ B\ B\ B\ C\ ;\ C\ C\ C\ C\ ;$

$L_C\ 0\ 10$　$L_C\ 1\ 0$

$C\ C\ C\ B\ ;\ C\ C\ A\ B$

以上の各系列を部分系列として含む系列 ω_{M_1} を構成すると次のようになる．まず，$L_A 0$ は $L_A 00$ に，$L_B 0$ は $L_B 00$ に，$L_C 0$ は $L_C 00$ に，各々含まれるので式(2)の各系列はすべて式(3)に含まれる．従って求める系列は，

$$L_A00T(C,A)L_A010L_C00L_C010L_B010L_B00L_C10L_B10T(C,B)L_B110=L_A001L_A010L_C00L_C010L_B010L_B00L_C10L_B1010L_B110$$

となる．

次に M_1 の未定義の部分を適当に定義した完全記述順序機械 M_2（表２）の故障検査系列を構成してみよう．LS L_A,L_B,L_C は表１の M_1 と同じである．ω_{M_2} 系列は次のようになる．

$$\omega_{M_2}=L_A101L_A1101\omega_{M_1}$$

表１　単純不完全記述順序機械 M_1

	0	1
A	$B/0$	—
B	$C/1$	$B/0$
C	$C/1$	$A/0$

表２　完全記述順序機械 M_2

	0	1
A	$B/0$	$B/0$
B	$C/1$	$B/0$
C	$C/1$	$A/0$

すなわち，M_2 では入力１による状態 A から状態 B への遷移の検査が ω_{M_2} 系列に含まれることになる．従って，この例の場合不完全記述形のままの方が検査系列を短縮することができる．

5.2　単純でない不完全記述順序機械の故障検査

前節において，２形と３形の状態遷移を含まない単純な順序機械に関しては，強い意味で適用できる入力系列だけを用いて従来の方法[(2),(4)]とほぼ同様に故障検査系列を構成できることを示した．単純な順序機械に２形の遷移が含まれることを許しても，その故障検査系列の構成法は，前節で述べた方法をそのまま適用できることは構成法から明らかである．しかし，３形の遷移が含まれる場合は，強い意味で適用できる入力系列だけでは故障検査系列を構成することはできず，どうしても，適用できる入力系列を用いる必要がある．すなわち，入力系列を加えた後の最終状態が未定義になる場合が起り，それ以後の故障検査系列は，前節のままでは求めることができず，改めてHSを加え最終状態を知った後で，故障検査系列の構成を続行しなければならない．前節での検査系列 ω_M は非逐次的であったが，ここでは逐次的な系列で故障検査系列を構成することになる．

既約で強連結な不完全記述順序機械 M が与えられているとする．M の CS を $\{X_1,X_2,\cdots,X_k\}$ とする．入力系列 X_j の接頭部の中で状態 S_i に適用できる最長の入力系列を X_{ij} とする．$\delta(S_i,X_{ij})$ が未定義のときは $\bar{X}_{ij}=X_{ij}T(-,S_i)$ とおき，定義されており $\delta(S_i,X_{ij})=Q_{ij}$ のときは，$\bar{X}_{ij}=X_{ij}T(Q_{ij},S_i)$ とおく．ここで，入力系列 $T(-,S_i)$ は，HS を加え最終状態を識別しその状態から状態 S_i へ遷移させる逐次的入力系列である．

入力系列 $\bar{X}_{ij}$ を以上のように定義すれば，これらの入力系列の集合 $\{\bar{X}_{i_1},\bar{X}_{i_2},\cdots,\bar{X}_{ik}\}$ は状態 S_i の CS である．しかも初期状態が S_i であれば，各入力系列 $\overline{X_{ij}}$ を加えた後の最終状態が常に S_i になる．

次に状態 S_i に対する LS L_{S_i} を前節と同じように定義する．

$$Y_{i1}=\bar{X}_{i1}$$

$$Y_{i2}=Y_{i1}^n\bar{X}_{i2}$$

$$\cdots\cdots$$

$$Y_{ik}=Y_{i(k-1)}^nY_{i(k-2)}^n\cdots Y_1^n\bar{X}_{ik}$$

$$L_{S_i}=Y_{ik}$$

ここで注意すべきことは，単純な不完全記述順序機械の場合は，各入力 $\bar{X}_{ij}$ が非逐次的であったので，LS も非逐次的な入力系列であった．しかし単純でない場合は一般に入力系列 $\bar{X}_{ij}$ が逐次的であるので LS も一般には逐次的である．

順序機械 M の故障検査系列は次の各系列を部分系列として含む系列である．

$$\begin{array}{lll} \text{入力系列} & L_{S_i} & X_{iP} \\ \text{状態} & S_i & S_i \end{array} \quad \begin{pmatrix} i=1,2,\cdots,n \\ P=1,2,\cdots,k \end{pmatrix} \qquad (4)$$

入力系列	L_{S_i}	I_{ij}	X_{jP}	$\left(\begin{array}{l} i=1,2,\cdots,n \\ P=1,2,\cdots,k \\ I_{ij}\text{は}\delta(S_i,I_{ij}) \\ \text{が定義される入} \\ \text{力} \end{array}\right)$
状態	S_i	S_i	S_j	

(5)

入力系列	L_{S_i}	I_{ij}		$\left(\begin{array}{l} i=1,2,\cdots,n \\ I_{ij}\text{は出力は定義さ} \\ \text{れているが次の状態} \\ \text{が未定義となる入力} \end{array}\right)$
状態	S_i	S_i	−	

(6)

（例２） 表３の順序機械M_3の故障検査系列を構成してみよう．HSとして０，CSとして{0,1}を用いる．状態AのHSは{0}で，元の状態AにもどるCSは{001}である．状態CのCSは{0,1}で，状態CにもどるCSは{0,100}である．状態BのCSは{0,1}であるが，元の状態BにもどるCSを求めるには，入力１を加えた後の状態が未定義であるので，HS０を加えて最終状態を識別してから状態Bへ遷移させる入力系列$T(-,B)$が必要となる．$T(-,B)$は逐次的な入力系列である．これを用いれば，BのCSは{010,1$T(-,B)$}と表現できる．

表３ 不完全記述順序機械M_3

	0	1
A	B/0	−
B	C/1	−/0
C	C/1	A/1

LS L_A,L_B,L_Cは，$L_A=001$，$L_B=(010)^3 1T(-,B)$，$L_C=0^3 100$である．

式(4)の各系列は次のようになる．

入力系列	L_A 0	L_B 0	L_B 1	L_C 0	L_C 1
状態	$A\ A\ B$	$B\ B\ C$	$B\ B\ -$	$C\ C\ C$	$C\ C\ A$

式(5)の各系列は次のようになる．

入力系列	L_A 0 0	L_A 0 1	L_B 0 0	L_B 0 1	L_C 0 0	L_C 0 1	L_C 1 0
状態	$A\ A\ B\ C$	$A\ A\ B\ -$	$B\ B\ C\ C$	$B\ B\ C\ A$	$C\ C\ C\ C$	$C\ C\ C\ A$	$C\ C\ A\ B$

式(6)の系列は次のようになる．

入力系列	L_B 1
状態	$B\ B\ -$

以上の各系列を部分系列として含む系列を構成すると次のようになる．

$L_B00L_C10L_B01L_A00L_C00L_C01L_A01T(-,B)L_B1$

この検査系列に$T(-,B)$という系列が含まれるが，これは，L_A01の最終状態が未定義であるのであらためてHSを加え最終状態を知った後状態Bへ遷移させる入力系列を加えるためのものである．

被検査機械Nに式(4)〜(6)の各系列を加えるにはまずNにHSを加え最終状態を決定する必要がある．しかも式(6)の系列を加えるごとに，最終状態が未定義になるので，その系列の後には常にHSを加えて最終状態を決定する必要がある．従って，一般に故障検査系列は$\eta_1\omega_1\eta_2\omega_2\cdots\eta_p\omega_p$の形になる．ここで，$\eta_i$はHSを接頭部として含む入力系列で，$\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_p$の各系列で式(4)〜(6)の各系列を部分系列として含むことになる．

6. むすび

本論文では，DSを持たない一般の不完全記述順序機械の故障検査について考察した．不完全記述順序機械の故障検査は，従来の完全記述形に対する故障検査と同様，順序機械の識別問題として取扱うことができる．従来のHS，DS，CSを不完全記述順序機械に拡張した場合，完全記述順序機械と同様，既約な不完全記述順序機械には常にHS，CSが存在することを示した．更にこれらの系列を用いて，従来のLSを拡張した系列を定義し，これを用いて不完全記述順序機械の故障検査系列を構成する方法を示した．この方法は，完全記述順序機械に適用した場合得られる故障検査系列は従来の方法で求められる検査系列と一致する．

謝辞 末筆ながら，日ごろ御指導頂く本学の尾崎弘教授，ならびに御討論頂いた尾崎研究室の諸氏に感謝の意を表する．

文　　献

(1) E.F.Moore: "Gedanken-experiments on sequential machines", Automata Studies, Princeton Univ. Press (1956).

(2) F.C.Hennie: "Fault detecting experiments for sequential circuits", Proc. 5th Ann. Sympo. Switching Theory and Logical Design, Princeton, N.J. (Nov. 1964).

(3) E.P.Hsieh: "Checking experiments for sequential machines", IEEE Trans. Comput., C-20 (Oct. 1971).

(4) D.E.Farmer: "Algorithms for designing fault-detection experiments for sequential machines", IEEE Trans. Comput., C-22 (Feb.

1973).
(5) 藤原, 長尾, 樹下："不完全記述順序機械の故障検査", 信学論(D), **57-D**, 9, p.527(昭49-09).
(6) A.Gill:"Introduction to the theory of finite-state machines", McGraw-Hill(1962).
(7) F.C.Hennie:"Finite-state models for logical machines", John Wiley & Sons, Inc. (1968).
(8) A.D.Friedman and P.R.Menon:"Fault detection in digital circuits", Prentice-Hall, Inc. (1971).
(9) J.Hartmanis and R.E.Stearns:"Algebraic structure theory of sequential machines", Prentice-Hall, Inc.(1966).
(10) 尾崎, 樹下："ディジタル代数学", 共立出版(1966).

(昭和49年7月12日受付)