論　文

UDC 519.713.3：〔681.325：621.374.3.018.53

故障検査容易な非同期式順序機械について

正員　藤原　秀雄[†]　　正員　樹下　行三[†]

On Easily Testable Asynchronous Sequential Machines

Hideo FUJIWARA[†] *and* Kozo KINOSHITA[†], *Regular Members*

あらまし　非同期式順序機械の故障検査は同期式にはない難点が数多くあるが，故障検査の容易性を考える場合，やはり同期式と同じく次の2つの性質を有する機械が故障検査容易であると考えることができる．すなわち，(1)短い系列で内部状態を観測することができ，(2)短い系列で任意の安定状態から任意の安定状態に遷移できることである．本論文では，任意に与えられたNFM(Normal Fundamental Mode)の非同期式順序機械に新しく入力変数と内部状態変数を各々1個づつ付加して，先の性質を有する故障検査容易な非同期式順序機械に拡大する方法を示し，その故障検査系列の構成法を示す．この方法では系列長が $pq\log_2 n$ のオーダの検査系列を求めることができる．ここで，p，q，n は各々，入力変数の個数，安定状態数，内部状態数である．

1. まえがき

一般に非同期式順序機械は，critical race，oscilation，hazardなどのために同期式順序機械のようにはうまく動作しないのが普通で，従って，その故障検査の問題はその合成問題と同様，同期式の場合に比較して数多くの難点が存在する．そこで，対象とする順序機械や故障に種々の制限を設けて議論するのが通常である．非同期式順序機械の故障検査に関する研究は同期式に比べて少なく，その故障検査系列を構成する方法は，同期式の場合の方法を非同期式に合わせて変更した方法がほとんどである．同期式順序機械の故障検査方式の中に，順序機械の識別問題の応用として取扱う文献(1)の方法があるが，その方法を非同期式の場合に変更したものに文献(2)の第4章がある．これらの方法において，一般にdistinguishing sequence(DS)を持つ順序機械に対しては比較的短い検査系列が構成されることが示されている．

著者らは先に文献(3)，(4)で，同期式順序機械に対して短いDSを持ち，短い系列で任意の状態から任意の状態へ遷移できる順序機械を故障検査容易な順序機械と考え，新しく2入力記号(したがって高々一個の入力変数)付加によりこの故障検査容易な同期式順序機械に拡大する方法を示し，長さが $mn\log_2 n$ のオーダ $O(mn\log n)$ の検査系列を構成できることを示した(mは入力記号数，nは内部状態数)．本論文では，非同期式順序機械として，NFM(Normal Fumdamental Mode)だけを対象とし，同期式順序機械と同じく，故障検査容易な非同期式順序機械として，次の2つの性質を有する機械を考える．すなわち，(1)各入力の安定状態に対して $O(\log n)$ の系列長のDSをもち，(2)任意の安定状態から任意の安定状態へ $O(\log n)$の系列長の入力系列で遷移させることができる．更に，新しく入力変数と内部状態変数を各々1個づつ付加することにより任意の非同期式順序機械をこの故障検査容易な非同期式順序機械に拡大する方法を示し，その故障検査系列の構成について考察する．入力変数の個数，安定状態数，内部状態数が各々 p，q，n の順序機械に対しては，$O(pq\log n)$ の長さの検査系列を容易に求めることができる．

† 大阪大学工学部電子工学科，吹田市
Faculty of Engineering, Osaka University, Suita-shi, 565 Japan
論文番号：昭 51-387[D-91]

2. 諸定義

本論文で対象とする非同期式順序機械は Huffman 形で，$M=(S, I, O, \delta, \lambda)$ で表す．ここで S は内部状態集合，I は入力集合，O は出力集合で，$\delta: S\times I\rightarrow S$ は状態遷移関数，$\lambda: S\times I\rightarrow O$ は出力関数である．対象とする順序機械 M は，Normal Fundamental Mode（NFM）であると仮定する．しかし，M は既約，強連結である必要はない．ここで NFM であるとは，入力変化により必ず安定状態に遷移し安定状態に遷移しないうちは次の入力変化が起らず（Fundamental Mode），しかも各状態遷移において，1 入力変数だけが変化し出力状態の変化は高々 1 個である動作モードのことである（文献(6)参照）．

入力 I_j の安定状態にある非同期式順序機械にある入力系列を加えたとき，その出力応答を観測することにより初期状態を一意的に決定できるとき，その入力系列を入力 I_j に対する DS（distinguishing sequence）という．

〔例1〕 図1に示す非同期式順序機械 M_1 の DS を考えてみる．入力 0 の安定状態は①と③で，これに対しては入力系列 1 が DS である．すなわち，出力応答が 1 ならば初期状態は①で，出力応答が 0 ならば初期状態は③である．入力 1 の安定状態②と④は，現在の出力値により区別できるので入力 1 に対する DS は，長さ 0 の系列 Λ である．

故障検査容易な順序機械とは短い検査系列を簡単な操作で求めることができるような順序機械であると考えることができる．このためには，短い系列で内部状態を観測することができること，すなわち短い DS が存在すること，更に，任意の状態から任意の状態へ短い系列で遷移できることが必要である．従ってこれらの性質を持つ非同期式順序機械として次に故障検査容易な非同期式順序機械を定義する．“故障検査容易な”非同期式順序機械とは次の性質を満足する非同期式順序機械をいう．

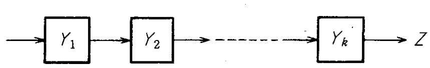
(1) 各入力に対して，$O(\log n)$ の系列長の DS が存在する．

(2) 任意の安定状態から任意の安定状態へ，系列長が $O(\log n)$ の入力系列で遷移させることができる．ここで入力系列の長さとは，入力の変化の回数と考える．

〔例2〕 図2(a)に示す2値 k 段同期式シフトレジスタ SR_N の遷移表は図2(b)のようになる．ここで SR_N の状態数は $N=2^k$ で，各状態 i に対する状態割当は $i-1$ の2進数 $(i-1)_2$ である．SR_N においては，長さ $k=\log_2 N$ の任意の入力系列が DS であり，状態割当 $Y_1Y_2\cdots Y_k$ に対応する状態へ遷移させる入力系列は $Y_k Y_{k-1}\cdots Y_2Y_1$ である[(3),(4)]．図3は SR_N をシミュレートする非同期式シフトレジスタ ASR_{2N} である．すなわち，SR_N の状態 i を ASR_{2N} の安定状態ⓘに対応させ，SR_N の入力 0，1 を ASR_{2N} の入力系列 $c0$，$c1$ に対応させると，SR_N の状態 i と ASR_{2N} の安定状態ⓘは同じ出力応答をする．このことは，SR_N と ASR_{2N} に対する状態遷移が次のようになることから明らかである．ここで，$\lceil x\rceil$ は x より小さくない最小整数である．

	0	1
1	①, 0	2, 1
2	3, 0	②, 1
3	③, 0	4, 0
4	1, 0	④, 0

図1 非同期式順序機械 M_1
Fig.1-Asynchronous sequential machine M_1.



(a)

	$x=0$	$x=1$	z
1	1	$\frac{N}{2}+1$	0
2	1	$\frac{N}{2}+1$	1
⋮	⋮		⋮
i	$\lceil \frac{i}{2} \rceil$	$\frac{N}{2}+\lceil \frac{i}{2} \rceil$	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
$N-1$	$\frac{N}{2}$	N	0
N	$\frac{N}{2}$	N	1

(b)

図2 2値 k 段同期式シフトレジスタ SR_N
Fig.2-The k-stage binary synchronous shift register SR_N.

SR_N

入力： $0 \qquad\qquad 1$

状態： $i \quad \lceil i/2 \rceil \quad , \quad i \quad N/2+\lceil i/2 \rceil$

出力： $\theta_1 \quad \theta_2 \qquad \theta_1 \quad \theta_3$

ASR_{2N}

入力： $c \quad 0 \qquad c \quad 1$

状態： $i \quad N+i \quad \lceil i/2 \rceil \quad , \quad i \quad N+i \quad N/2+\lceil i/2 \rceil$

出力： $\theta_1 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \qquad \theta_1 \quad \theta_1 \quad \theta_3$

ASR_{2N}がSR_Nをシミュレートすること，及びSR_Nにおいて長さkの任意入力系列$\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k$($\sigma_i=0$ 又は 1，$k=\log_2 N$)がDSであり，状態割当$\xi_1\xi_2\cdots\xi_k$に対応する状態への遷移系列が$\xi_k\xi_{k-1}\cdots\xi_2\xi_1$であることから次のことがいえる．$ASR_{2N}$において，長さ$2(k-1)$の入力系列$c\sigma_1c\sigma_2\cdots c\sigma_{k-1}$は入力0と1に対するDSで，入力系列$\sigma_1c\sigma_2c\cdots c\sigma_{k-1}$は入力$c$に対するDSである．但し，$\sigma_i$は0又は1である．安定状態$i$ ($1\leq i\leq N$)への遷移系列は，長さ$2k$の入力系列$c\xi_kc\xi_{k-1}\cdots c\xi_2c\xi_1$で，安定状態$N+i$への遷移系列は，$c\xi_kc\xi_{k-1}\cdots c\xi_1c$である．但し，$(i-1)_2=\xi_1\xi_2\cdots\xi_k$．従って，$O(\log N)$のDS及び遷移系列が存在するので，$ASR_{2N}$は"故障検査容易な"非同期式順序機械である．

	0	1	C	Z
1	①		N+1	0
2	②		N+2	1
⋮	⋮			⋮
⋮	N/2		⋮	⋮
⋮			⋮	⋮
⋮		N/2+1		⋮
		⋮		
N−1		N−1	2N−1	0
N		N	2N	1
N+1	1	N/2+1	N+1	0
N+2	1	N/2+1	N+2	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2N−1	N/2	N	2N−1	0
2N	N/2	N	2N	1

図3 SR_Nをシミュレートする$2N$状態非同期式シフトレジスタASR_{2N}

Fig.3-The $2N$-state asynchronous shift register ASR_{2N} which simulates SR_N.

3. 順序機械の拡大

ここでは，任意に与えられた非同期式順序機械に入力変数と内部状態変数を各々1個づつ付加することにより"故障検査容易な"非同期式順序機械に拡大する方法について考察する．

次の章で故障検査系列について考察するが，そこでは故障により安定状態数が増加しないという仮定をおいている．2値論理の素子で構成される順序機械に対しては，状態数nが2のべき乗である場合，状態数が増加する故障が起こる確率は非常に小さいと考えることができる．従って，次章での故障の仮定を現実的なものとするために，ここでは状態数が2のべき乗になるように拡大する．

与えられた非同期式順序機械$M=(S, I, O, \delta, \lambda)$は，内部状態数が$n$で，入力変数は$x_1, x_2, \cdots, x_p$とする($p\geqq 2$)．この順序機械$M$に入力変数$x_{p+1}$を付加して故障検査容易な非同期式順序機械$M^*$に拡大する方法を次に示す．

〔拡大方法〕

(1) 内部状態数を$2N$に増加する．但し，$\log_2 N=\lceil \log_2 n \rceil$．

(2) 入力変数x_{p+1}を付加する．

(3) 拡大順序機械M^*の状態遷移関数δ^* 出力関数λ^*を次のように定義する．

$$\left.\begin{array}{l}\delta^*(i, (x_1, \cdots, x_p, 0)) = \delta(i, (x_1, \cdots, x_p)) \\ \lambda^*(i, (x_1, \cdots, x_p, 0)) = \lambda(i, (x_1, \cdots, x_p))\end{array}\right\}$$
$$1 \leq i \leq n, \quad x_j = 0, 1$$

	$x_{p+1}=0$				$x_{p+1}=1$			
	$x_p=0$		$x_p=1$		$x_p=0$		$x_p=1$	
	$x_{p-1}=0$	$x_{p-1}=1$	$x_{p-1}=0$	$x_{p-1}=1$	$x_{p-1}=0$	$x_{p-1}=1$	$x_{p-1}=0$	$x_{p-1}=1$
1	もとの順序機械				①, 0	①, 0	N+1, 0	N+1, 0
2					②, 1	②, 1	N+2, 1	N+2, 1
⋮					⋮	⋮	⋮	⋮
n					⋮	⋮	⋮	⋮
⋮					⋮	⋮	⋮	⋮
N−1					N−1, 0	N−1, 0	2N−1, 0	2N−1, 0
N					N, 1	N, 1	2N, 1	2N, 1
N+1	未定義		1, 0	1, 0	1, 0	N/2+1, 0	N+1, 0	N+1, 0
N+2			2, 1	2, 1	1, 1	N/2+1, 1	N+2, 1	N+2, 1
⋮			⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮			⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
2N−1			N−1, 0	N−1, 0	N/2, 0	N, 0	2N−1, 0	2N−1, 0
2N			N, 1	N, 1	N/2, 1	N, 1	2N, 1	2N, 1

図4 拡大順序機械M^*

Fig.4-Augmented machine M^*.

$$
\left.\begin{array}{l}
\delta^*(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1))=i\\
\delta^*(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1))=N+i\\
\delta^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-2},0,0,1))=\left\lceil\frac{i}{2}\right\rceil\\
\delta^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-2},1,0,1))=\frac{N}{2}+\left\lceil\frac{i}{2}\right\rceil\\
\delta^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1))=N+i\\
\delta^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0))=i\\
\lambda^*(i,(x_1,\cdots,x_p,1))=\lambda^*(N+i,(x_1,\cdots,x_p,\\
\quad 1))=\lambda^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0))\\
\quad =\begin{cases}0 & i\text{：奇数}\\ 1 & i\text{：偶数}\end{cases}
\end{array}\right\}
$$

$$1\leq i\leq N,\quad x_j=0,1$$

この拡大順序機械M^*の拡大された部分では，複数個の入力変数の変化による状態遷移は次のようになる．

入力　：$(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)(y_1,\cdots,y_{p-1},0,1)$；
内部状態：i　　i

$(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)(y_1,\cdots,y_{p-1},1,1)$；
i　　$N+i$

$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)(y_1,\cdots,y_{p-1},1,1)$；
$N+i$　　$N+i$

$(x_1,\cdots,x_{p-2},0,1,1)(y_1,\cdots,y_{p-2},0,0,1)$；
$N+i$　　$\left\lceil\frac{i}{2}\right\rceil$；

$(x_1,\cdots,x_{p-2},1,1,1)(y_1,\cdots,y_{p-2},1,0,1)$；
$N+i$　　$\frac{N}{2}+\left\lceil\frac{i}{2}\right\rceil$

$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)(y_1,\cdots,y_{p-1},1,0)$；
$N+i$　　i

従って，上記の状態遷移においては，critical race が起らず遷移先の安定状態は変化する入力変数の順序によらず一意的に決まる．この場合，入力系列の長さは変化する入力変数の個数とみなさず，各入力変数が同時に変化するとみなし長さは1であると考える．

以上のことから，M^*もNFMを満足することが分かる．M^*の状態遷移図は，図4に示したものとなる．

この拡大順序機械M^*は，もとの順序機械Mに非同期式シフトレジスタASR_{2N}を付加したものである．このことは，M^*の入力$(x_1,\cdots,x_{p-2},0,0,1)$，$(x_1,\cdots,x_{p-2},1,0,1)$，$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)$を各々$\mathrm{ASR}_{2N}$の入力 0，1，$c$に対応させ，$M^*$の内部状態$i$を$\mathrm{ASR}_{2N}$の内部状態$i$に対応させれば，$M^*$は$\mathrm{ASR}_{2N}$を含む(cover)[6]ことから明らかである．$\mathrm{ASR}_{2N}$は長さ$\log_2 N$以下のDS及び遷移系列を持つ故障検査容易な非同期式順序機械であることは前章の例2で示した．

もとの機械Mの安定状態，すなわち入力$(x_1,\cdots,x_p,0)$の安定状態から，拡大部分すなわち入力$(x_1,\cdots,x_p,1)$の安定状態への遷移は，ASR_{2N}の部分だけを通って critical race を起こさず遷移可能であるが，拡大部分の安定状態から入力$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0)$の安定状態へ critical race を起こさず，しかも速く遷移させるためには，ASR_{2N}の部分だけでは不十分である．このために，$\delta^*(N+i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0))=i$が定義されてある．これらの系列を利用すれば，拡大順序機械M^*は以下に示す$O(\log n)$の系列長のDSと遷移系列をもつ故障検査容易な順序機械であることが分かる．

(1) 入力$(x_1,x_2,\cdots,x_{p-1},0,0)$に対するDSとして次の長さ$2\log_2 N-1$の入力系列がある．

$$(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)[(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)]^{\log_2 N-1}$$

(2) 入力$(x_1,x_2,\cdots,x_{p-1},1,0)$に対するDSとして次の長さ$2\log_2 N-2$の入力系列がある．

$$[(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)]^{\log_2 N-1}$$

$$(j-1)_2=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_{k-1}\sigma_k,$$

$$
\begin{aligned}
X=&(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_k,1,1)(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_k,0,1)\\
&\cdot(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_{k-1},1,1)(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_{k-1},0,1)\\
&\cdot\cdots\cdots\\
&\cdot(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_1,1,1)(x_1,\cdots,x_{p-2},\sigma_1,0,1)
\end{aligned}
$$

とおくとき，各安定状態間の遷移系列として次のような系列が存在する．以下，内部状態i，入力jの安定状態を(i,j)と表す．

(3) 安定状態$(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},0,0))$から安定状態$(j,(y_1,\cdots,y_{p-1},0,0))$への遷移系列．

$(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)\cdot X\cdot(y_1,\cdots,y_{p-1},0,1)$．
$(y_1,\cdots,y_{p-1},0,0)$

(4) 安定状態$(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},0,0))$から安定状態$(j,(y_1,\cdots,y_{p-1},1,0))$への遷移系列．

$(x_1,\cdots,x_{p-1},0,1)\cdot X\cdot(y_1,\cdots,y_{p-1},1,1)$．
$(y_1,\cdots,y_{p-1},1,0)$

(5) 安定状態$(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0))$から安定状態$(j,(y_1,\cdots,y_{p-1},0,0))$への遷移系列．

$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)\cdot X\cdot(y_1,\cdots,y_{p-1},0,1)$．
$(y_1,\cdots,y_{p-1},0,0)$

(6) 安定状態$(i,(x_1,\cdots,x_{p-1},1,0))$から安定状態$(j,(y_1,\cdots,y_{p-1},1,0))$への遷移系列．

$(x_1,\cdots,x_{p-1},1,1)\cdot X\cdot(y_1,\cdots,y_{p-1},1,1)$．
$(y_1,\cdots,y_{p-1},1,0)$

系列Xの長さは$2k=2\log_2 N$であるので，これらの

遷移系列の長さは，$2\log_2 N+3$ である．

〔例3〕 図5の非同期式順序機械 M_2 は強連結ではなく，しかも入力 (00) に対するDSは存在しない．入力 (10)，(01)，(11) に対するDSは長さ0の系列である．この順序機械 M_2 を例にして拡大順序機械を構成すると，図6の非同期式順序機械 M_2^* が得られる．M_2^* は強連結で，各入力に対して長さ $2\log_2 N$ 以下のDSが存在し，任意の安定状態から任意の安定状態へ長さ $2\log_2 N+3$ 以下の入力系列で遷移することができる．但し，$N=4$．例えば，入力 (000) に対するDSは (001)(011)(001) でその出力応答は次のようになる．

内部状態	入力系列	出力系列
1	(000)(001)(011)(001)	0000
3	(000)(001)(011)(001)	0001

安定状態 (1, (000)) から安定状態 (3, (110)) への遷移系列は次のようにして求まる．まず，$k=\log_2 N=\lceil \log_2 n \rceil=2$ であるので，2けたの2進数 $(3-1)_2$

x_1x_2

	00	10	01	11
1	①, 0	2, 1	①, 0	4, 1
2	1, 0	②, 1	4, 1	4, 1
3	③, 0	2, 1	1, 0	③, 0
4	3, 0	2, 1	④, 1	④, 1

図5 非同期式順序機械 M_2
Fig.5-Asynchronous sequential machine M_2.

$x_1x_2x_3$

	000	100	010	110	001	101	011	111
1	①,0	2,1	①,0	4,1	①,0	①,0	5,0	5,0
2	1,0	②,1	4,1	4,1	②,1	②,1	6,1	6,1
3	③,0	2,1	1,0	③,0	③,0	③,0	7,0	7,0
4	3,0	2,1	④,1	④,1	④,1	④,1	8,1	8,1
5			1,0	1,0	1,0	3,0	⑤,0	⑤,0
6			2,1	2,1	1,1	3,1	⑥,1	⑥,1
7			3,0	3,0	2,0	4,0	⑦,0	⑦,0
8			4,1	4,1	2,1	4,1	⑧,1	⑧,1

図6 拡大順序機械 M_2^*
Fig.6-Augmented machine M_2^*.

$=10$ となる．従って，$\sigma_1\sigma_2=10$ とおき $X=(011)(001)(111)(101)$ となる．遷移系列は (4) の場合であるので，次のようになる．

入力：	(000)	(001)	(011)	(001)	(111)	(101)
内部状態：	1	1	5	1	5	3
	(111)	(110)				
	7	3				

この系列は，(001)(011) を除けば，次のように短縮できる．

入力：	(000)	(001)	(111)	(101)	(111)	(110)
	1	1	5	3	7	3

4. 拡大順序機械の故障検査系列

ここでは前章で述べた拡大順序機械（図4参照）の故障検査系列の構成について考察する．対象とする故障は次の2条件を満足するものとする．

(1) NFMを保存する．すなわち，故障機械もNFMである．

(2) 各入力の安定状態数は増加しない．

与えられた順序機械を M，その拡大順序機械を M^* とする．M の入力変数の個数は p，安定状態数は q，内部状態数は n とする．各入力に対してDSが存在する非同期式順序機械に対しては，比較的短い検査系列が簡単に構成できることが文献(2)で示されている．ここでは，この方法を用いて $O(pq\log n)$ の長さの検査系列を構成できることを示そう．

拡大順序機械 M^* においては，各入力に対して長さ $2\lceil \log_2 n \rceil$ 以下のDSが存在し，任意の安定状態から任意の安定状態へ長さ $2\lceil \log_2 n \rceil+3$ 以下の入力系列で遷移することができる．入力 I_j に対するDSを X_{dj} と表し，安定状態 (S_i, I_j) から安定状態 (S_k, I_l) への遷移系列を $T(S_iI_j, S_kI_l)$ と表す．

各安定状態 (S_i, I_j) に対して C_{ij}－系列を次のように定義する．

(1) 入力 I_j で，安定状態 (S_i, I_j) と同じ出力を出す安定状態がほかにない場合，C_{ij}－系列は，入力 I_j とハミング距離が1のすべての入力 I_k に対して次の系列を部分系列に含む系列である．

入力：	I_j	I_k	X_{dk}	(1)
内部状態：	S_i			

(2) 入力 I_j で，安定状態 (S_i, I_j) と同じ出力を出す安定状態がほかにある場合，C_{ij}－系列は，入力 I_j とハミング距離が1のすべての入力 I_k に対して次の系列を部分系列に含む系列である．

入力：	I_l	X_{dl}	$T(-, S_iI_j)$	X_{dj}	(2)
内部状態：	S_l			S_i	

$$
\begin{array}{lllllll}
\text{入力：} & I_l & X_{dl} & T(-,\ S_iI_j) & I_k & X_{dk} & \\
\text{内部状態：} & S_l & & S_i & & & (3)
\end{array}
$$

ここで$(S_l,\ I_l)$は適当な安定状態でよい．“－”は入力系列X_{dl}を加えた後の安定状態を示す．

非同期式順序機械Mにおける安定状態のC_{ij}－系列をすべて部分系列に含む系列をMのC－系列と呼ぶことにすると，C－系列は故障検査系列である[2]．このことを次に簡単に説明しよう．

被検査機械をM'とし，M'がMのC－系列と同じ出力応答をしたと仮定する．まず式(1)と式(2)の各系列により，M'の各入力I_jには少なくとも正常な順序機械Mと同数の安定状態が存在することが分かる．故障の仮定(2)より，その安定状態数がMと同じであることが分かり，従って，M'とMの各入力のDSにより同じ出力応答をする安定状態を1対1に対応させることができる．しかも，それらの状態遷移先の安定状態がこの対応により対応づけられていることが，式(1)のX_{dk}，又は式(3)のX_{dk}のDSにより確認できる．従って，この1対1対応によるM'とMの各安定状態対は等価となり，M'とMは等価となる．このことからC－系列は故障検査系列であることが分かる．

前章で示した故障検査容易な拡大順序機械M^*に対する故障検査系列は，被検査機械M'が，拡大前のもとの機械Mを含むか否かを判定する系列であれば十分であると考えることができる．従って，拡大順序機械M^*の故障検査系列を構成するには，まず，もとの順序機械Mの部分のq個の安定状態に対してC_{ij}－系列を作成し，それらの系列を部分系列に含むC－系列を構成すればよい．

このC－系列の長さの評価をすると，次のようになる．まず，拡大前のもとの順序機械Mの入力変数の個数をp，安定状態数をq，内部状態数をnとする．前章の結果から，M^*においては，

$$|X_{d_j}|\leq 2\lceil\log_2 n\rceil$$

$$|T(S_iI_j,\ S_kI_l)|\leq 2\lceil\log_2 n\rceil+3$$

である．ここで$|X|$は入力系列Xの長さを表す．C_{ij}－系列は，p個の式(1)又は，式(2)と式(3)を含む系列であるので，その長さは，

$$
\begin{aligned}
|C_{ij}|\leq\ & p(1+|X_{dl}|+|T(-,\ S_iI_j)|+|X_{dj}|\\
&+|T(-,\ S_lT_l)|+1+|X_{dl}|\\
&+|T(-,\ S_iI_j)|+1+|X_{dk}|)\\
\leq\ & p(1+2\lceil\log_2 n\rceil+2\lceil\log_2 n\rceil+3+2\lceil\log_2 n\rceil\\
&+2\lceil\log_2 n\rceil+3+1+2\lceil\log_2 n\rceil\\
&+2\lceil\log_2 n\rceil+3+1+2\lceil\log_2 n\rceil)\\
=\ & 14p\lceil\log_2 n\rceil+12p
\end{aligned}
$$

C_{ij}－系列の個数はqで，各C_{ij}－系列を結ぶ遷移系列の長さの総和は高々$(q-1)(2\lceil\log_2 n\rceil+3)$である．従って，$C$－系列の長さは，

$$
\begin{aligned}
|c|\leq\ & q|C_{ij}|+(q-1)(2\lceil\log_2 n\rceil+3)\\
\leq\ & 14pq\lceil\log_2 n\rceil+12pq+(q-1)(2\lceil\log_2 n\rceil+3)
\end{aligned}
$$

となり，$O(pq\log n)$である．

〔例4〕 図6の拡大順序機械M_2^*の故障検査系列を構成してみよう．まずDSを求める．入力(000)に対するDSは，$X_{d_{000}}=(001)(011)(001)$，入力(100)，(010)，(110)に対するDSは，$\wedge$である．これらの系列を用いて各安定状態に対してC_{ij}－系列を作成すると表1のようになる．表1のすべてのC_{ij}－系列を部分系列として含むC－系列を作成するとそれが故障検査系列である．例えば次のようなC－系列が求まる．

(v) (ii) (iii)
入力　：(010) (000) (010) (000) (010) (000)
内部状態：4 3 1 1 1 1

(vii)
(100) (000) (001) (011) (001) (001) (010)
2 1 1 5 1 1 1

(i) (ix)
(000) (001) (011) (001) (000) (010) (000)
1 1 5 1 1 1 1

(ix) (x) (xv)
(001) (011) (001) (000) (010) (110) (010)
1 5 1 1 1 4 4

(xi)
(000) (001) (011) (001) (111) (101) (111) (101)
3 3 7 2 6 3 7 4

(xii) (xvi) (vi)
(011) (010) (110) (100) (110) (010) (000)
8 4 4 2 4 4 3

(viii) (iv)
(100) (110) (010) (000) (001) (011) (001) (111)
2 4 4 3 3 7 2 6

(xiii)
(101) (111) (110) (010) (011) (111) (101) (111)
3 7 3 1 5 5 3 7

(xiv)
(110) (100)
3 2

表1　順序機械 M_2^* の C_{ij}-系列

安定状態	C_{ij}-系列	
(000) 1	(010)(000)$\overbrace{(001)(011)(001)}^{X_{d000}}$ 1 1 1 5 1	(i)
	(010)(000)(010) 1 1 1	(ii)
	(010)(000)(100) 1 1 2	(iii)
(000) 3	(010)(000)$\overbrace{(001)(011)(001)}^{X_{d000}}$ 4 3 3 7 2	(iv)
	(010)(000)(010) 4 3 1	(v)
	(010)(000)(100) 4 3 2	(vi)
(100) 2	(100)(000)$\overbrace{(001)(011)(001)}^{X_{d000}}$ 2 1 1 5 1	(vii)
	(100)(110) 2 4	(viii)
(010) 1	(010)(000)$\overbrace{(001)(011)(001)}^{X_{d000}}$ 1 1 1 5 1	(ix)
	(010)(110) 1 4	(x)
(010) 4	(010)(000)$\overbrace{(001)(011)(001)}^{X_{d000}}$ 4 3 3 7 2	(xi)
	(010)(110) 4 4	(xii)
(110) 3	(110)(010) 3 1	(xiii)
	(110)(100) 3 2	(xiv)
(110) 4	(110)(010) 4 4	(xv)
	(110)(100) 4 2	(xvi)

5. むすび

本論文では，各入力の安定状態に対して $O(\log n)$ の長さのDSをもち任意の安定状態から任意の安定状態へ $O(\log n)$ の長さの入力系列で遷移できる非同期式順序機械を故障検査容易であると考え，新しく入力変数と内部状態変数を各々1個づつ付加することにより，任意の非同期式順序機械をこの故障検査容易な非同期式順序機械に拡大する方法を示した．更に，拡大された非同期式順序機械の故障検査系列の構成法について考察し，拡大前の順序機械の入力変数の個数，安定状態数，内部状態数を各々 p，q，n とするとき，求められる故障検査系列の長さは，$pq\log n$ のオーダであることを示した．ここでは，入力変数と内部状態変数を付加して拡大する立場をとったので，付加回路による回路の増加分が少々大きくなり，又，拡大された回路の動作速度がもとの回路に比較して少々遅くなるという欠点が生じる．これを解決するには，入力変数を増やして回路を拡大する方法をとらず，内部状態を観測するために出力変数を増やす方法が考えられる．しかし，出力変数付加だけでは，回路に短いDSを持たすことができても，短い遷移系列を持たせることはできない．これらの問題については，別の機会に報告したい．

謝辞　末筆ながら日ごろ御指導頂く本学の尾崎弘教授に感謝の意を表する．

文　献

(1) F.C.Hennie : "Fault detecting experiments for sequential circuits", Proc. 5th Ann. Sympo. on Switching Circuit Theory and Logical Design, Princeton, N.J., p.95 (Nov. 1964).
(2) C.R.Kime : "A failure detection method for sequential circuits", Dept. of Elctr. Eng., Univ. of Iowa, Tech. Rep. 66-13 (1966).
(3) 藤原，樹下："入力付加による故障検査容易な順序機械"，信学論(D), 57-D, 10, p.589 (昭49-10).
(4) H.Fujiwara, Y.Nagao, T.Sasao and K.Kinoshita : "Easily testable sequential machines with extra inputs", IEEE Trans., C-24, 8, p.821 (Aug. 1975).
(5) A.Ashkinazy : "Fault detection experiments for asynchronous sequential machines", Proc. 11th Ann. Sympo. on Switching and Automata Theory, p.88 (1970).
(6) S.H.Unger : "Asynchronous sequential switching circuits", Wiley Interscience Division, John Wiley and Sons (1969).
(7) A.D.Friedman and P.R.Menon : "Fault detection in digital circuits", Prentice-Hall, Inc. (1971).

（昭和50年12月8日受付）